

西安交通大学

硕士学位论文

压水堆组件参数计算方法研究与 NECP-CACTI 程序开发

学位申请人：田超

指导教师：郑友琦 副教授 沈炜 教授

类别（领域）：工程硕士（核能与核技术工程）

2016年5月

**Research on PWR Lattice Calculation Methods and
Development of the NECP-CACTI Code**

A thesis submitted to
Xi'an Jiaotong University
in partial fulfillment of the requirements
for the degree of
Master of Engineering

By

Chao Tian

Supervisor: Associate Prof. Youqi Zheng Prof. Wei Shen
(Nuclear Energy and Nuclear Technology Engineering)

May 2016

论文题目：压水堆组件参数计算方法研究与 NECP-CACTI 程序开发

类别（领域）：工程硕士（核能与核技术工程）

学位申请人：田超

指导教师：郑友琦 副教授 沈炜 教授

摘 要

核电软件自主化是我国走向核电强国的重要基石，而压水堆组件参数计算程序是压水堆核电站堆芯核设计软件的核心之一。针对这一需求，本文研究了压水堆组件参数计算方法，并开发了一套功能完整的压水堆组件计算程序——NECP-CACTI。

本文首先针对传统压水堆组件之间存在水隙等几何特征，研究了基于组件模块化的特征线方法及其双重 CMFD 加速方法，开发了中子输运计算模块 NECP-CART；其次，研究了输运修正计算方法，通过理论和数值两种途径对比分析了三种输运修正方法的计算精度；第三，提出了能精确考虑中子俘获释热的功率计算方法、定量分析了泄漏修正计算方法、推导了动力学参数计算方法和探测器截面计算方法、研究了再启动计算方法等，并开发了相应的计算程序；第四，研究了针对可燃毒物特点的燃耗计算方法，定量对比分析了 9 种燃耗方法的计算精度并给出了各自的适用范围；第五，通过 5 套基准问题的 31 种工况，对所开发的组件计算程序 NECP-CACTI 进行了系统验证。

理论和数值验证结果表明：（1）本文开发的模块化特征线程序 NECP-CART 计算精度高，双重 CMFD 加速方法能够取得约 20 倍的加速效果；（2）与其他输运修正方法相比，采用 Inflow 输运修正方法能够得到更高的计算精度；（3）采用改进的功率计算方法可将 Gd 棒的棒功率偏差从 80% 左右降低到 1% 左右；（4）泄漏修正模块、动力学参数计算模块和再启动计算模块等理论模型可行、计算结果正确；（5）针对可燃毒物的燃耗计算，高阶燃耗方法 LE/LI 与传统的预估校正方法相比具有更高的计算精度；（6）针对 NECP-CACTI 的系统测试表明，该程序实现了完整的组件程序计算功能，能够用于棒状、板状燃料组件的参数计算，具有较高的计算精度，并具有二维非均匀全堆计算的能力。

关键词：压水堆组件参数；模块化特征线方法；输运修正；功率计算；燃耗计算

论文类型：应用基础

Title: Research on PWR Lattice Calculation Methods and Development of the NECP-CACTI Code

Professional Fields: Nuclear Energy and Technology Engineering

Applicant: Chao Tian

Supervisor: Assoc. Prof. Youqi Zheng Prof. Wei Shen

ABSTRACT

Nuclear power softwares with proprietary intellectual property rights is the essential building blocks for China nuclear power, among which the PWR(Pressurized Water Reactor) lattice code is one of the significant components. This thesis researches the PWR lattice calculation methods and develops a new code called NECP-CACTI.

Firstly, a modular MOC transport code NECP-CART for PWR based on the full assembly geometry with water gap is developed. Correspondingly, a two-level CMFD method is applied to accelerate the MOC calculation. Secondly, 3 different kinds of transport correction methods are analyzed, and put the best one into NECP-CACTI. Thirdly, proper methods are investigated and put into NECP-CACTI including: a more accurate method for pin power calculation, the leakage correction method, kinetic parameter calculation method and detector cross section calculation method. Forthly, nine different depletion calculation methods are compared for better evaluation of burnable poison depletion. Finally, the methods and newly developed NECP-CACTI code are verified by 5 benchmarks including 31 computational cases.

Numerical tests and verifications prove that: 1) the Modular MOC transport solver NECP-CART is accurate, and the CMFD method can well accelerate the transport calculation with about 20 times speedup. 2) the inflow transport correction has the best accuracy compared with the other methods. 3) the advanced pin power calculation method directly considers the capture heat of all nuclides and has more precise results, it reduces the pin power error with burnable poison Gd from 80% to 1%. 4) the leakage correction method and kinetic parameter calculation method works well in NECP-CACTI. 5) Compared to the traditional prediction-correction method, the high order depletion method LE/LI has better accuracy when the burnable poison depletion is calculated. 6) all the results show that the new NECP-CACTI code has high accuracy, and it is capable of generating the lattice parameters for PWR with fuel pins or slabs. Besides, it is available for 2D full core heterogeneous calculation.

KEY WORDS: PWR Lattice parameter; Method of characteristics; Transport correction; Power

This research was financially supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 11305123).

calculation; Depletion calculation

TYPE OF THESIS: Application Fundamentals

目 录

1 绪论.....	1
1.1 选题意义及应用背景.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 国外研究现状.....	2
1.2.2 国内研究现状.....	4
1.3 本文的主要工作内容.....	5
2 组件输运计算方法研究与程序开发.....	7
2.1 模块化特征线计算方法.....	7
2.1.1 特征线方法的理论模型.....	7
2.1.2 各向异性散射的处理.....	9
2.1.3 组件模块化几何处理.....	11
2.2 双重 CMFD 加速方法.....	12
2.2.1 多群 CMFD 加速方法.....	12
2.2.2 少群 CMFD 加速方法.....	15
2.3 模块开发与程序验证.....	16
2.3.1 ISSA 单群两区问题.....	16
2.3.2 BWR 单群两区问题.....	17
2.3.3 解析解固定源问题.....	19
2.3.4 内真空固定源问题.....	20
2.3.5 IAEA 五区特征值问题.....	22
2.3.6 C5G7 基准题.....	23
2.3.7 双重 CMFD 加速数值验证.....	26
2.3.8 各向异性散射数值验证.....	27
2.4 本章小结.....	28
3 输运修正方法研究与程序开发.....	30
3.1 输运修正方法的理论推导.....	30
3.2 Inflow 输运修正的数值求解.....	33
3.3 模块开发与程序验证.....	36
3.3.1 输运截面的比较.....	36
3.3.2 燃料组件基准题计算结果.....	39
3.3.3 B&W 基准题计算结果.....	40
3.4 本章小结.....	41
4 组件程序 NECP-CACTI 的模块研究与改进.....	42

4.1 棒功率计算方法	42
4.1.1 传统方法	42
4.1.2 改进方法	43
4.1.3 棒功率计算数值验证	44
4.2 泄漏修正计算方法	48
4.2.1 泄漏修正方法的理论模型	48
4.2.2 泄漏修正数值验证	50
4.3 动力学参数计算方法	53
4.3.1 动力学参数计算方法的理论模型	54
4.3.2 动力学参数的数值验证	55
4.4 探测器截面计算方法	57
4.4.1 探测器截面的计算模型	57
4.4.2 探测器截面数值验证	58
4.5 本章小结	59
5 组件燃耗计算方法研究与程序开发	60
5.1 预估校正方法	60
5.1.1 传统的预估校正方法	60
5.1.2 改进的预估校正方法	61
5.2 高阶燃耗计算方法	62
5.2.1 传统的预估校正方法的误差	62
5.2.2 高阶燃耗计算方法	62
5.3 模块开发与程序验证	63
5.3.1 高阶燃耗方法不同权重选择的影响	63
5.3.2 高阶燃耗方法的基准题校验	69
5.3.3 不同燃耗计算方法在含 Gd 组件计算中的比较	77
5.4 本章小结	81
6 组件程序 NECP-CACTI 的系统验证	82
6.1 BEAVRS 基准题算例	82
6.2 CASL 基准题算例	83
6.3 模块化小堆问题	86
6.4 板状燃料组件问题	87
6.5 板状燃料堆芯问题	88
6.6 本章小结	89
7 结论与展望	90
7.1 本文主要研究内容	90
7.2 结论	90

目 录

7.3 展望.....	91
致 谢.....	92
参考文献.....	93
附 录 A 大亚湾燃料组件材料和几何信息.....	96
附 录 B 模块化小堆中燃料组件材料和几何信息.....	98
攻读学位期间取得的研究成果.....	100
声明	

CONTENTS

1	Preface	1
1.1	Research Background and Signification	1
1.2	Research Status.....	2
1.2.1	Research Status at Abroad.....	2
1.2.2	Research Status at Home	4
1.3	Research Works	5
2	Researchment of Lattice Transport Calculation Method and Code Development	7
2.1	Modular MOC Calculation Method	7
2.1.1	Theory of MOC Method.....	7
2.1.2	Treatment of High Order Scattering Source Term	9
2.1.3	Geometry Treatment of Assembly Modularize Ray Tracing.....	11
2.2	Double CMFD Acceleration Method	12
2.2.1	Multi-group CMFD Acceleration Method	12
2.2.2	Coarse Group CMFD Acceleration Method.....	15
2.3	Code Development and Numerical Verification	16
2.3.1	ISSA Problem	16
2.3.2	BWR Problem	17
2.3.3	Fixed Source Problem with Analytical Solution	19
2.3.4	Fixed Source Problem with Void Region	20
2.3.5	IAEA Light Water Reactor Problem.....	22
2.3.6	C5G7 MOX Benchmark Problem	23
2.3.7	CMFD Acceleration Numerical Verification.....	26
2.3.8	Anisotropic Scattering Numerical Verification.....	27
2.4	Brief Summary	28
3	Researchment of Transport Correction Method and Code Development	30
3.1	Theory Derivation of Transport Correction Method	30
3.2	Calculation Method of Inflow Transport Correction.....	33
3.3	Code Development and Numerical Verification	36
3.3.1	Comparison of Transport Cross Section.....	36
3.3.2	Fuel Assembly Benchmark Problem Calculation Results.....	39
3.3.3	B&W Benchmark Problem Calculation Results	40
3.4	Brief Summary	41
4	The Research and Improvement of the Modules in NECP-CACTI.....	42
4.1	Pin Power Cacluation Methods	42
4.1.1	Traditional Method.....	42
4.1.2	Advanced Method	43
4.1.3	Numerical Verification	44
4.2	Leakage Correction Calculation Method	48

CONTENTS

4.2.1	Theory of Leakage Correction	48
4.2.2	Numerical Verification	50
4.3	Kinetic Parameter Calculation Method	53
4.3.1	Theory of Kinetic Parameter Calculation Method	54
4.3.2	Numerical Verification	55
4.4	Detector Cross Section Calculation Method	57
4.4.1	Calculation Model of Detector Cross Section	57
4.4.2	Numerical Verification	58
4.5	Brief Summary	59
5	Research of Lattice Depletion Calculation Method and Code Development	60
5.1	Predictor-Corrector Method	60
5.1.1	Traditional Predictor-Corrector Method	60
5.1.2	Modified Predictor-Corrector Method	61
5.2	High Order Depletion Calculation Method	62
5.2.1	Approximation of Traditional PC Method	62
5.2.2	High Order Depletion Calculation Method	62
5.3	Code Development and Numerical Verification	63
5.3.1	Effect of Different Weights of High Order Depletion Calculation Method	63
5.3.2	Benchmark Verifications of High Order Depletion Calculation Method	69
5.3.3	Comparison of Different Depletion Methods in Assembly with Gd	77
5.4	Brief Summary	81
6	The Systematically Lattice Code NECP-CACTI	82
6.1	BEAVRS Benchmark	82
6.2	CASL Benchmark	83
6.3	Modular Small Core	86
6.4	Slab Fuel Assembly	87
6.5	Slab Fuel Core	88
6.6	Brief Summary	89
7	Conclusion and Suggestions	90
7.1	Summary of the Works	90
7.2	Primary Conclusions	90
7.3	Suggestions	91
	Acknowledgements	92
	References	93
	Appendices	96
	Achievements	100
	Declarations	

主要符号表

B^2	几何曲率/cm ⁻²
Bu	燃耗深度/GWd·tU ⁻¹
k_{eff}	有效增殖因子
k_{inf}	无限增殖因子
$P_n(\mu)$	n 阶 Legendre 多项式函数
$P_n^m(\mu)$	(n,m) 阶伴随 Legendre 多项式函数
s	特征线段坐标/cm
$Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega})$	(n,l) 阶球谐函数
$\boldsymbol{\Omega}$	中子运动方向
Σ_t	宏观总截面/cm ⁻¹
Σ_{tr}	宏观输运截面/cm ⁻¹
Σ_f	宏观裂变截面/cm ⁻¹
$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$	由能群 g' 到能群 g 的宏观中子散射截面/cm ⁻¹
κ	每次裂变的能量释放/MeV
ν	平均每次裂变中子产额
$\nu\Sigma_f$	宏观中子产生截面/cm ⁻¹
σ_f	微观裂变截面/barn
σ_a	微观吸收截面/barn
χ	裂变谱
ω	离散方向权重

1 绪论

1.1 选题意义及应用背景

压水堆中子学计算的“两步法”思路是：组件均匀化计算和堆芯扩散计算^[1]。其中，组件均匀化计算最初又分为栅元均匀化和组件均匀化两部分，所以传统的“两步法”曾经也叫做“三步法”计算。所谓组件均匀化计算是指在组件层面上进行中子学计算，得到各种燃料组件在各种工况（指燃耗深度、燃料温度、慢化剂温度、慢化剂密度、硼浓度、相对功率、控制棒状态）下的少群均匀化参数，少群均匀化参数包括各种类型的少群截面（扩散系数、散射截面、产生截面、裂变能谱等）、不连续因子、形状因子等。由组件参数计算程序得到上述的少群均匀化参数库之后，将其作为堆芯计算的输入执行全堆芯的扩散计算。由此可见，要完成全堆芯的中子学计算，组件参数计算就显得至关重要。

近年来，随着计算机技术的发展，反应堆中子学计算开始采用更加精细化和更加精确的计算模型，国际上针对于反应堆中子学计算的研究主要分为以下几个方向：

1) 全堆芯一步法非均匀计算

直接全堆一步法非均匀计算会彻底消除两重均匀化带来的种种误差，全堆芯一步法输运计算的方法包括确定论方法和蒙卡方法，确定论方法的代表程序有 DeCART 等；蒙卡方法的代表程序有 MCNP 等。但是无论从计算速度还是存储上，直接 3D 全堆芯一步法计算仍然受到限制。但是可以应用组件参数计算程序在 2D 层面上做一些基础研究工作。

2) 嵌入式组件均匀化计算

嵌入式组件均匀化计算，是在栅元均匀化的基础上，将组件输运计算和均匀化计算嵌入到堆芯扩散计算中，这种方法考虑了组件在堆芯中的位置对组件计算时采用的边界条件的影响。但是两重均匀化带来的误差影响仍然不可避免。而且嵌入式组件均匀化计算必然需要组件均匀化参数。

3) 栅元均匀化与全堆芯 Pin-by-pin 计算

先进行燃料栅元计算，得到栅元的均匀化参数，然后直接进行全堆芯 Pin-by-pin 的计算。这种方法去除了组件均匀化的误差，而且可以直接给出棒功率。但是由于非均匀性比较强，全堆芯计算仍然采用输运计算，需要花费大量的计算时间和存储空间。

除此之外，工程上一般采用的方法为直接进行组件输运计算，得到组件均匀化参数，然后进行全堆芯的扩散计算，这种方法去除了栅元均匀化的误差影响，而且这种方法可以严格考虑组件之间水隙的影响。组件采用输运计算，堆芯采用扩散计算，相对而言，不需要花费大量的计算时间和存储空间。

由此可见，上述研究方向中除了全堆芯一步法非均匀计算之外，其他的研究方向都需要一个组件参数计算程序作为核心基础，所以研发一套完整的组件参数计算程序

显得至关重要。

组件程序的一般计算流程如图 1-1 所示：

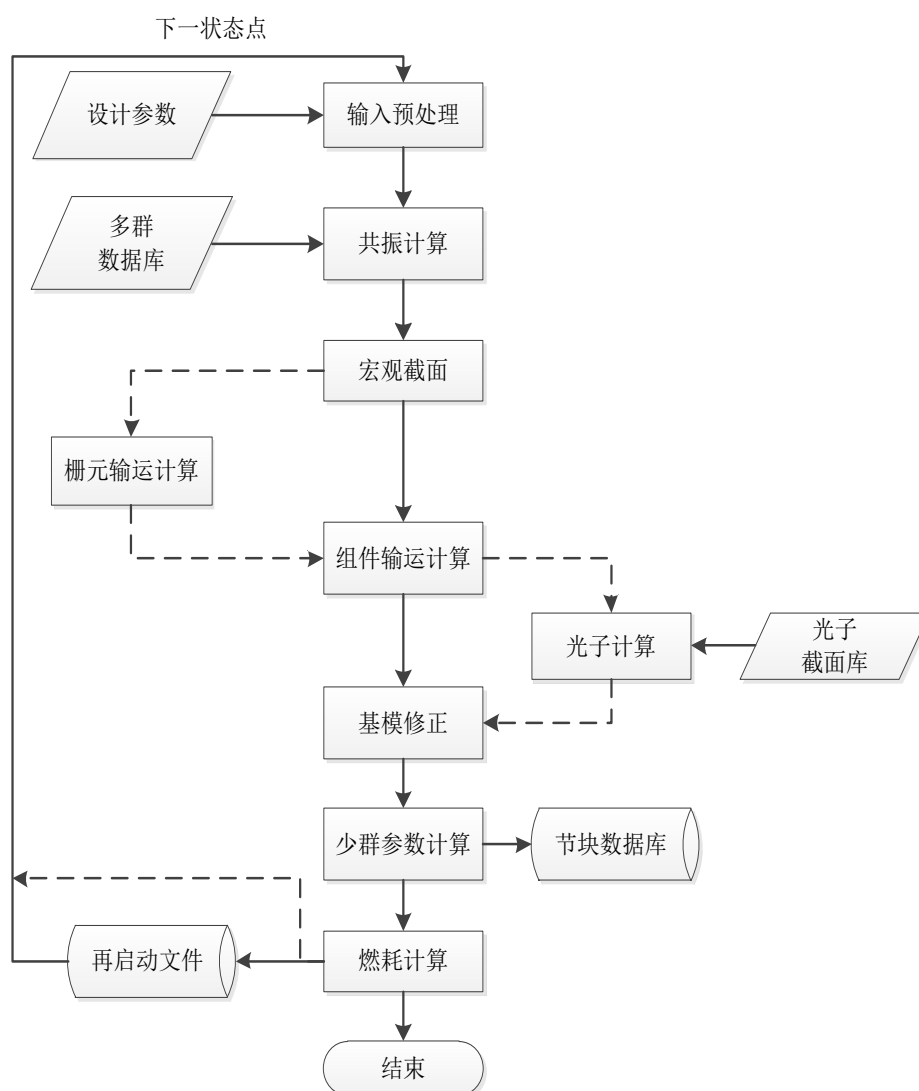


图 1-1 组件计算程序的一般计算流程图

1.2 国内外研究现状

1.2.1 国外研究现状

国外核电厂具有较长的反应堆运行经验，其组件程序的开发也比较早。早在上世纪五六十年代，反应堆物理的分析方法是由一些相互独立的软件执行一些简化的计算来完成，每个软件执行某一个确定的功能并且为下一个模块提供输入参数。

一套完整的组件程序始于上世纪 60 年代中期英国人研发的 WIMS^[2,3] (Winfroth Improved Multigroup Scheme)，其基本概念是将产生少群截面数据的模块自动连接起来，虽然不可避免的会有大量的数据转换，但是其最突出的贡献就是在组件程序中添加了二维计算模块，能够显式地考虑燃料组件内部各个栅元之间的相互影响。直至上世纪

70、80 年代，一系列组件程序被开发成功，包括 1973 年开发的 APOLLO，1977 年开发的 EPRI-CPM，1980 年开发的 PHOENIX，1988 年开发的 CASMO3^[4]，1984 年开发的 TRANSX-CTR 等，绝大多数组件程序理论相似。然而，直至上世纪 90 年代以后，由于计算机的飞速发展，很多新的程序被开发以提高计算精度，包括 1991 年开发的 HELIOS^[5]，1995 年开发的 CASMO-4，1996 年开发的 WIMS7，1999 年开发的 APOLLO-2^[6]，2006 年开发的 CASMO5^[7]，2007 年开发的 LANCER02^[8]，2009 年开发的 HELIOS-2^[9,10]，2015 年开发的 WIMS10 以及 2016 年开发的 APOLLO-3^[11]等。随着计算机的发展和模型方法的改进，各个组件程序在逐渐更新各自的版本。图 1-2 给出了部分国外知名组件程序的发展历史。

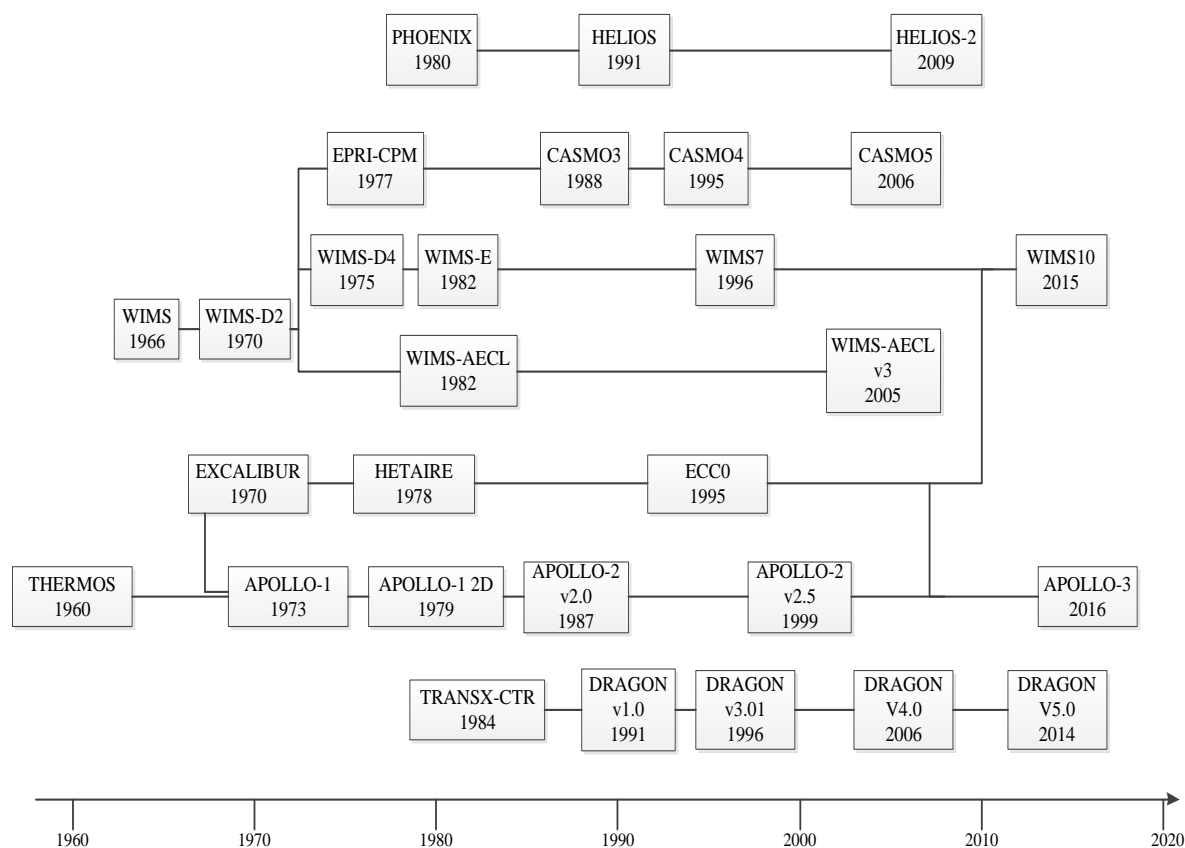


图 1-2 国外知名组件程序的发展历史

表 1-1 给出了部分国外最新版本的商用组件程序各个模块所采用的方法。可以看出，基于确定论方法的组件程序主要方法模块选用的模型包括：

(1) 多群数据库：采用最新的评价库（ENDF/B-VII.1 等）加工的多群数据库，能群数目从数十到上千群不等；

(2) 共振计算方法：超细群方法、子群方法、等价理论、空间相关的丹可夫共振方法（SDDM）等；

(3) 输运计算方法：特征线方法（MOC）、离散纵标方法（Sn）、碰撞概率方法（CPM）、球谐函数方法（Pn）、简化球谐函数方法（SPn）、流耦合碰撞概率方法（CCCP）等；

(4) 燃耗计算方法：预估校正方法（PC）、微观反应率线性外推方法（PPC）、对

数线性反应率方法（LLR）、子步法、二阶方法、高阶燃耗方法等。

表 1-1 商用组件程序各个模块所采用的方法

程序名称	数据库	共振方法	截面归并	输运方法	燃耗	开发者
APOLLO3 ^[11]	基于 JEFF3.1、ENDF/B、JENDL 等的多群（172, 281 群）以及超细群（11648 群）数据库	先进自屏计算方法	是	1D/2D/3D Pn/Sn/SPn/MOC 有限差分节块	PC	Framatone 公司
PARAGON ^[12]	基于 ENDF/B-VII.1 的 70 群数据库以及超细群（6064 群）数据库	子群方法 SDDM	否	CPM/Sn	PC	美国西屋公司
CASMO5 ^[7]	基于 ENDF/B-VII、JEFF3.1 的 586 群数据库	先进自屏计算方法	是	基于丹可夫因子的 MOC	PC、2 阶燃耗	美国 Studsvik 公司
HELIOS2 ^[9,10]	基于 ENDF/B-VII 的 177 群中子数据库	子群方法	否	2D CCCP 2D MOC	PC	美国 Studsvik 公司
DRAGON5 ^[13]	基于 ENDF/B-VII 等的多群核数据库	等价理论子群方法	否	2-D/3-D CPM/MOC	子步法	加拿大蒙特利尔工业学院

1.2.2 国内研究现状

与国外相比，国内很多高校以及科研院所也在积极研发具有自主知识产权的组件参数计算程序。

上世纪 80 年代，西安交通大学与中国核动力院合作研发了国内第一个组件参数计算程序 TPFAP^[14,15]，该程序适用于 PWR 的棒状燃料组件参数产生。其主要模块采用的主要方法模型如下：

数据库：以 ENDF/B-III 评价库为主制作的多群数据库；

共振方法：等价理论；

输运方法：碰撞概率方法、穿透几率方法；

燃耗方法：预估校正方法。

2011 年，上海核星核电科技有限公司的张少泓等人开发了压水堆组件参数计算程序 ROBIN^[16]，目前处于验证和确认阶段。其主要模块采用的主要方法模型如下：

数据库：国际原子能机构 WLUP 发布的 WIMS-D 数据库；

共振方法：等价理论；

输运方法：模块化特征线方法；

燃耗方法：PC 方法、LR 方法、PPC 方法、LLR 方法。

2014 年，上海核工程研究设计院开发了多功能栅格物理程序 SONG^[17]，该程序采用特征线方法求解任意几何区域的中子输运方程，可灵活模拟由棒状元件或板状元件组成的矩形栅格或六角形栅格的两维燃料组件模型或者堆芯模型。

2015 年 12 月 17 日，中核集团在京发布我国首套自主的核电软件包和一体化软件集成平台 NESTOR，其中包括组件程序在内的 68 个软件已成功应用于华龙一号的研发和工程设计。

2015 年 12 月 21 日，国家电力投资集团在京成功发布我国完全自主知识产权的核电厂核设计与安全分析软件 COSINE，其中的组件计算程序 LATC^[18]，主要模块采用的主要方法模型如下：

数据库：WIMS-D 以及 WIMS-D 改进型格式的多群截面数据库；

共振方法：等价理论；

输运方法：Sn 方法、模块化特征线方法；

燃耗方法：预估校正方法。

除此之外，中国广东核电集团有限公司的自主化的软件包也在研发和验证当中；

2013 年，西安交通大学 NECP 实验室张宏越硕士搭建了组件计算程序 ZEBRA 的基本框架^[19]，并对 ZEBRA 程序进行相应的验证分析。但是无论是程序的功能还是方法模型都有值得完善和改进的地方。

1.3 本文的主要工作内容

本文在已有的压水堆组件计算程序 ZEBRA 的基础上，对其计算方法和模型进行了大量的改进，扩充了多项计算功能，并集成了新开发的多群数据库（包括 69 群、172 群和 361 群）NECL^[20]、子群共振程序 NECP-SUGAR^[20]以及点燃耗求解程序 NECP-ERICA^[21]，开发了一套功能更加完整、模型更加先进的压水堆组件参数计算程序 NECP-CACTI（Code for Assembly CalculaTion）。本文主要的工作内容如下：

1. 组件模块化输运求解器的开发

针对传统压水堆组件之间存在的水隙等较不规则几何的特征开发了组件模块化的输运求解程序 NECP-CART，能够处理各向异性散射，并采用双重 CMFD 加速模块对其进行加速。

2. 输运修正计算方法的研究

对输运修正方法进行理论推导以及编程实现，分析了 4 种输运修正方法所带来的近似以及对计算结果的影响；

3. 组件程序功能模块的开发

在 NECP-CACTI 的基本框架下，开发了先进的棒功率计算模块、泄漏修正模块、动力学参数计算模块以及再启动计算模块。

4. 可燃毒物的燃耗计算方法研究

针对现有燃耗计算方法存在的误差改进了燃耗计算方法，并采用大量算例对计算结果进行了分析；

5. NECP-CACTI 程序的验证

采用 5 类基准问题 31 个工况对 NECP-CACTI 进行系统的验证，并计算了二维模块化棒状小堆以及板状燃料元件组成的组件和二维堆芯问题。

NECP-CACTI 的计算流程图如图 1-3 所示：

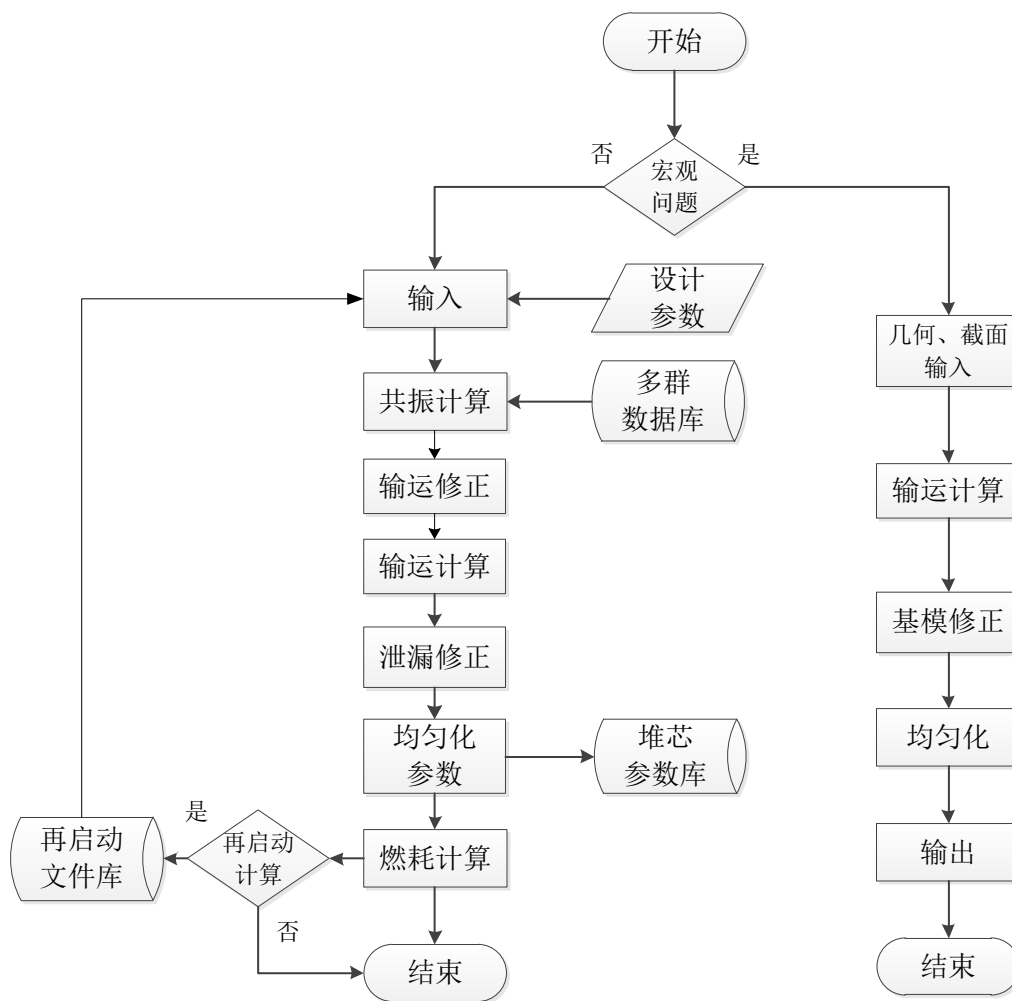


图 1-3 NECP-CACTI 组件计算程序流程图

2 组件输运计算方法研究与程序开发

2.1 模块化特征线计算方法

特征线方法（MOC）最早起源于上个世纪 50、60 年代，其核心思想就是通过数学变换将微分-积分形式的中子输运方程转化为沿着某一个角度方向的直线方程^[22-24]。模块化特征线是指利用反应堆中存在的大量重复结构的特点，将相同几何的栅元或者组件等几何结构作为一个模块，仅在不同的模块上生成特征线信息，大大减少了大量特征线信息的存储。

本文在二维层面上的中子输运计算采用组件模块化特征线方法，值得注意的是，这里所指的组件是一个宽泛的概念，它既可以是一个燃料组件，也可以是由若干个燃料栅元或者组件组成的几何结构。

2.1.1 特征线方法的理论模型

中子沿着某一个方向飞行满足稳态多群中子输运方程，如（2-1）：

$$\sin \theta_n \frac{d\psi_g(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\psi_g(s) = Q_g(s) \quad (2-1)$$

式中， θ_n 是中子飞行方向 Ω_{mn} （下标 m 表示方位角、 n 表示极角）的极角； s 为中子飞行轨迹在 x-y 坐标平面的投影； $\psi_g(s)$ 为该飞行方向的中子角通量密度（ $\text{n}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ ）； $Q_g(s)$ 为该位置的总的中子源项（ $\text{n}/(\text{cm}^3 \cdot \text{s})$ ）； $\Sigma_{t,g}(s)$ 为宏观总截面（ cm^{-1} ）；下标 g 为能群。该方程为一阶微分方程，其基本思想是方程（2-1）在宏观总截面和总的中子源项已知的情况下，中子输运方程有解析解。

假设第 i 区域边界第 k 条特征线的入射角通量 $\psi_{m,n,i,k}^{\text{in}}$ ，若已知该区域内的平源分布，可将方程（2-1）沿着特征线求解得到中子角通量密度的表达式（这里省略能群编号）：

$$\psi(s) = e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n} \left(\psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} - \frac{Q_i}{\Sigma_i} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} e^{\Sigma_i s / \sin \theta_n} \right) \quad (2-2)$$

式中， Σ_i 为宏观总截面（ cm^{-1} ）， $\psi_{m,n,i,k}^{\text{in}}$ 第 i 区域边界为极角 n 、方位角 m 的第 k 条特征线段的入射角通量密度（ $\text{n}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ ）。

其中，第 i 区第 g 能群的中子源项为（这里忽略外源项并略去区域下标 i ）：

$$Q_{i,g} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'} \psi_{i,g'} + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{s,g' \rightarrow g} \psi_{i,g'} \right] \quad (2-3)$$

式中， $\psi_{i,g'}$ 为第 i 区第 g' 能群的中子标通量密度（ $\text{n}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ ）， $\nu \Sigma_{f,g'}$ 为第 i 区域第 g' 能群的宏观中子产生截面（ cm^{-1} ）， $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}$ 为第 i 区域从第 g' 能群散射到第 g 能群的宏

观散射截面 (cm^{-1})。

整理式 (2-2) 得：

$$\psi(s) = \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} (1 - e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n}) \quad (2-4)$$

中子沿着该飞行轨迹的中子出射角通量密度为：

$$\psi_{m,n,i,k}^{\text{out}} = \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} e^{-\Sigma_i s_{m,i,k} / \sin \theta_n} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} (1 - e^{-\Sigma_i s_{m,i,k} / \sin \theta_n}) \quad (2-5)$$

将 (2-4) 沿着中子在 x-y 坐标平面的投影积分并除以线段长度 $s_{m,i,k}$ ，可得到这条特征线段上的平均中子角通量密度：

$$\bar{\psi}_{m,n,i,k} = \frac{Q_i}{\Sigma_i} + \frac{\psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} - \psi_{m,n,i,k}^{\text{out}}}{\Sigma_i s_{m,i,k}} \sin \theta_n \quad (2-6)$$

对所有相同方向穿过该平源区区域的中子角通量进行体积加权平均，可以得到该区域方位角 m ，极角 n 的中子角通量密度平均值：

$$\bar{\psi}_{m,n,i} = \frac{\sum_k \bar{\psi}_{m,n,i,k} s_{m,i,k} dA_m}{\sum_k s_{m,i,k} dA_m} \quad (2-7)$$

值得注意的是，式 (2-7) 中的体积加权平均采用了多条特征线所采用的矩形面积来代替该区域的实际几何面积，为了保证实际的面积与文中采用体积加权的物理面积一致，应在中子角通量计算之前对特征线段长度作如下修正：

$$s'_{m,i,k} = s_{m,i,k} \frac{V_i}{\sum_k s_{m,i,k} dA_m} \quad (2-8)$$

已知第 i 区域中子角通量密度的平均值，便可对中子角通量进行幅角和极角角度权重并求和获得第 i 区域的中子标通量密度：

$$\psi_i = \frac{4\pi Q_i}{\Sigma_i} + \frac{\sum_n \omega_n \sin \theta_n \sum_m \omega_m dA_m \sum_k (\psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} - \psi_{m,n,i,k}^{\text{out}})}{\Sigma_i V_i} \quad (2-9)$$

由 (2-5) 可知，在每次迭代扫描计算中子出射角通量密度的过程中需要进行指数函数计算，由于指数函数的计算比较费时，所以通常采取一定的措施避免此数学运算以提高计算效率。

第一种方法是采用指数函数插值表将指数函数的计算变为简单的乘除法计算。根据 (2-5) 可知，指数函数的指数项是一个恒负的值，其变化范围的最大值为 1，最小值为 0。由于指数函数的值是一个迅速变化的过程，因而本文将指数函数插值表建立在 [0.0-20.0] 的区间范围内，单位长度内选取 1000 个插值点，插值点之间采用线性关系。

第二种方法是根据中子输运方程的守恒关系推导出如下的方程：

$$\sin \theta_n (\psi_{m,n,i,k}^{\text{out}} - \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}}) + \sum_i \bar{\psi}_{m,n,i,k} s_{m,i,k} = Q_i s_{m,i,k} \quad (2-10)$$

第 i 条特征线段的中子角通量密度的平均值采用下式得到, 当平源区的网格足够小的时候, 这种线性近似的假设是合理的:

$$\bar{\psi}_{m,n,i,k} = \frac{\psi_{m,n,i,k}^{\text{out}} + \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}}}{2} \quad (2-11)$$

根据式 (2-10) 和式 (2-11) 可得:

$$\psi_{m,n,i,k}^{\text{out}} = \frac{(2 \sin \theta_n - \sum_i s_{m,i,k}) \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} + 2 Q_i s_{m,i,k}}{2 \sin \theta_n + \sum_i s_{m,i,k}} \quad (2-12)$$

由 (2-12) 求得中子出射角通量密度之后便可根据 (2-7) 和 (2-9) 计算中子角通量密度的平均值和中子标通量密度。值得注意的是, 采用 (2-12) 计算中子出射角通量密度, 保证其结果为正值有一个前提条件, 即:

$$\frac{1}{s_{m,i,k}} > \frac{\sum_i \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} - 2 Q_i}{2 \sin \theta_n \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}}} \quad (2-13)$$

当空间平源区的网格划分足够细密的时候, 上式是能够得到保证的, 如果不满足上述条件导致中子出射角通量密度为负值, 本文采取的措施是采用 (2-5) 重新计算中子出射角通量密度。

由 (2-9) 可知, 宏观总截面出现在第一项的分母上, 当碰到内真空问题时, 宏观总截面的值为零, 所以不能采用该式求解中子标通量密度, 内真空条件下方程 (2-1) 变为:

$$\sin \theta_n \frac{d\psi_g(s)}{ds} = Q_g(s) \quad (2-14)$$

采用同样的方法对 (2-14) 进行求解并沿着特征线方向积分加权可得到真空条件下的中子标通量密度的表达式:

$$\psi_i = 4\pi \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} + \frac{\sum \omega_n \sum \omega_m dA_m Q_i s_{m,i,k}^2}{2V_i \sin \theta_n} \quad (2-15)$$

根据已知条件, 并采用给定问题的边界条件更新入射中子角通量密度和中子源项, 采用源迭代算法对中子输运方程进行求解。

2.1.2 各向异性散射的处理

总的散射源项可以表示为:

$$Q_{s,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}) \phi_{g'}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \quad (2-16)$$

式中, $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega})$ 是散射概率函数, 它是中子散射前后运动方向的夹角余弦的函数 $\mu_0 = \boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}$, 可以用勒让德多项式展开:

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \bullet \boldsymbol{\Omega}) = \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) P_n(\mu_0) \quad (2-17)$$

在输运计算之前，各阶散射矩阵直接由多群数据库提供。同样地，中子角通量密度 $\phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ 也可以用一组归一化的完备正交的球谐函数展开成级数：

$$\phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n \phi_g^{n,l}(\mathbf{r}) Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}') \quad (2-18)$$

$$\phi_g^{n,l}(\mathbf{r}) = \int_0^{4\pi} \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} \quad (2-19)$$

式中， $\phi_g^{n,l}(\mathbf{r})$ 为各阶中子通量密度， $Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega})$ 为归一化后的完备正交的球谐函数，具体可以表示为：

$$Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-|l|)!}{(n+|l|)!}} P_n^{|l|}(\cos \theta) \sin(|l|\psi), l = -1, -2, \dots, -n; \\ \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-|l|)!}{(n+|l|)!}} (2-\delta_{0l}) P_n^{|l|}(\cos \theta) \cos(l\psi), l = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2-20)$$

式中， θ, ψ 分别为角度方向的极角和方位角。 δ_{0l} 为克罗内克符号，当 $l=0$ 时， $\delta_{0l}=1$ ，当 $l \neq 0$ 时， $\delta_{0l}=0$ 。

将散射概率函数和中子角通量密度展开之后，最终的散射源项可以表示为：

$$\begin{aligned} Q_{s,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) &= \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}) \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \\ &= \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) P_n(\mu_0) \right] \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n \phi_g^{n,l}(\mathbf{r}) Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}') \right] d\boldsymbol{\Omega}' \end{aligned} \quad (2-21)$$

利用勒让德多项式的加法公式以及勒让德多项式和球谐函数的正交性质可以将上式简化为：

$$Q_{s,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_{g'=1}^{NG} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \sum_{l=-n}^n \phi_g^{n,l}(\mathbf{r}) Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}) \right) \quad (2-22)$$

各阶中子通量密度 $\phi_g^{n,l}(\mathbf{r})$ 离散之后的计算公式为：

$$\phi_g^{n,l}(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M w_m \phi_g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}_m) Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}_m) \quad (2-23)$$

当 $n=1$ 时，即各向异性散射取到 P1 散射时，上述方程可以表示为：

$$Q_{s,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_{g'=1}^{NG} \left(\begin{aligned} &\Sigma_{s0,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \phi_g^{0,0}(\mathbf{r}) Y^{0,0}(\boldsymbol{\Omega}) + \\ &\Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \left(\phi_g^{1,-1}(\mathbf{r}) Y^{1,-1}(\boldsymbol{\Omega}) + \right. \\ &\quad \left. \phi_g^{1,0}(\mathbf{r}) Y^{1,0}(\boldsymbol{\Omega}) + \phi_g^{1,1}(\mathbf{r}) Y^{1,1}(\boldsymbol{\Omega}) \right) \end{aligned} \right) \quad (2-24)$$

式中，大括号中的第一项为各向同性散射源项，第二项为考虑 1 阶散射的各向异性散射源项。将第二项中的系数值以及各阶中子通量密度代入可得各向异性散射源项为：

$$Q_{s,g}^{\text{aniso}}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}_m) = \frac{3}{4\pi} \sum_{g'=1}^{NG} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \cdot \sum_{m'} w_{m'} \phi_{g'}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}_{m'}) \left[\frac{u_m u_{m'} + \sqrt{1-u_m^2} \sqrt{1-u_{m'}^2} \cos(\psi_m - \psi_{m'})}{\sqrt{1-u_m^2} \sqrt{1-u_{m'}^2}} \right] \quad (2-25)$$

式中， u, ψ 分别表示角度方向变量极角的余弦值以及方位角的角度。

2.1.3 组件模块化几何处理

现有的压水堆都是由外形尺寸相同的燃料栅元或者燃料组件按照规则的布置排列而成。为了减少特征线信息的存储，本文以模块作为产生特征线的基本几何，可以将一个栅元作为一个模块，也可以将 $M \times N$ 个栅元或者一个燃料组件作为一个模块。这样，整个堆芯中只需要存储几种不同的几何结构的特征线信息即可。

模块化特征线计算过程中需要对每个特征线段进行跟踪扫描计算，所以需要在几何处理的时候提前计算特征线扫描所用到的几何信息^[22,24]，具体包括：1) 特征线的极角求积组和方位角求积组；2) 特征线在平源区内的线段长度；3) 特征线依次穿过平源区网格的材料编号；4) 特征线的线宽；5) 平源区的真实体积。

本文可选用的求积组是经过优化的最优单极角、最优两极角或者高斯求积组（这里的极角数目指的是半球卦限内的数目）。最优单极角和最优两极角求积组分别为：

$$\sin \theta = 0.798184, \omega = 1.0 \quad (2-26)$$

$$\begin{cases} \sin \theta_1 = 0.273658, \omega_1 = 0.139473 \\ \sin \theta_2 = 0.865714, \omega_2 = 0.860527 \end{cases} \quad (2-27)$$

方位角求积组的选取采用 Filippone 提出的方位角选取方法，选取的方位角可以表示为：

$$\tan \varphi_m = \frac{b}{a} \frac{m}{N-m}, m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (2-28)$$

式中， φ_m 表示方位角角度， a 和 b 分别表示底边和侧边的长度， N 表示某一个方向穿过的特征线总数。本文采取的特征线选取方法中所有方向穿过的特征线总数相同，所以每个方向的特征线的线宽是不相等的，每个方位角方向特征线线宽的计算方法如下：

$$dA_m = \frac{a}{m} \sin \varphi_m \quad (2-29)$$

可以看出，当某个方向总共有 N 条特征线时，有 $N-1$ 个方向满足 (2-28)，但实际上进行求解计算的时候，为了提高计算效率，不会对所有的 $N-1$ 个方向进行扫描计算，而是选取其中的某几个方向进行计算即可，极角以及方位角的数目由用户定义。当方位角的数目 N_φ 确定之后，方位角四分之一象限所对应的求积组权重采用如下方程得到，其它象限的求积组权重根据对称关系得到。

$$\sum_m^{N_\varphi} \omega_m \cos(2t\varphi_m) = \begin{cases} \pi/2, t=0 \\ 0, t=1, 2, \dots, N_\varphi-1 \end{cases} \quad (2-30)$$

得到特征线跟踪扫描所需要的几何信息之后，就可以采用源迭代方法对 neutron 输运方程进行求解。

2.2 双重 CMFD 加速方法

由于 MOC 方法是在整个求解区域对特征线进行跟踪扫描，收敛速度较慢。所以本文采用多群和少群 CMFD 加速算法对 MOC 的特征值计算进行加速。

2.2.1 多群 CMFD 加速方法

MOC 计算中平源区的网格与 CMFD 加速方法中的粗网网格的对应关系如图 2-1 所示：

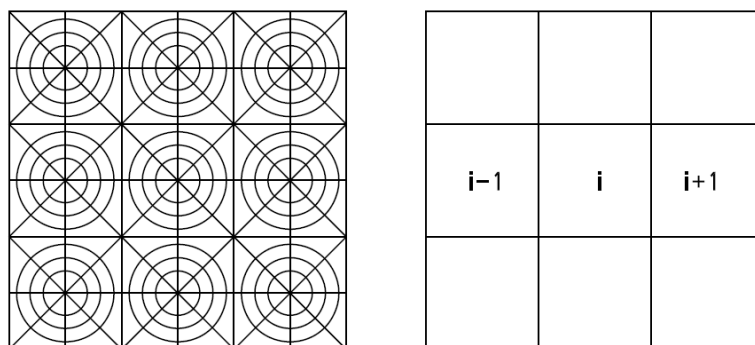


图 2-1 平源区网格和加速粗网网格的对应关系

对 neutron 输运方程在整个粗网区域以及整个立体角内进行积分可以得到：

$$\sum_l (J_{g,i,l}^{\text{out}} - J_{g,i,l}^{\text{in}}) h_l + A_{g,i} = S_{g,i} \quad (2-31)$$

式中， g 为能群下标， i 为粗网下标， $J_{g,i,l}^{\text{out}}$ 和 $J_{g,i,l}^{\text{in}}$ 为第 g 能群第 i 粗网表面 l 的平均出射中子流和入射中子流， h_l 为该表面的面积。 $A_{g,i}$ 为总的移出反应率， $S_{g,i}$ 为 neutron 源项。具体的表达式如 (2-32) 所示：

$$\begin{aligned} A_{g,i} &= \sum_{j \in i} \Sigma_{r,g,j} \phi_{g,j} V_j \\ \Sigma_{r,g} &= \Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,g-g} \\ S_{g,i} &= 4\pi \sum_{j \in i} Q_j V_j \\ J_{g,i,l}^{\text{out}} &= \frac{1}{h_l} \sum_{k \in l} \sum_{n_j, m > 0} \omega_m \omega_n \sin \theta_n \psi_{m,n,i,k}^{\text{out}} dA_m \\ J_{g,i,l}^{\text{in}} &= \frac{1}{h_l} \sum_{k \in l} \sum_{n_j, m < 0} \omega_m \omega_n \sin \theta_n \psi_{m,n,i,k}^{\text{in}} dA_m \end{aligned} \quad (2-32)$$

在 MOC 迭代计算过程中，针对每个规则的粗网网格 i ，可以根据反应率守恒的原

则定义出粗网的均匀化参数（此处省略多群的能群编号）：

$$\overline{\Sigma_{x,i}} = \frac{\sum_{j \in i} \Sigma_{x,j} \phi_j V_j}{\overline{\phi_{\text{het},i}} V_i} \quad (2-33)$$

$$\overline{\phi_{\text{het},i}} = \frac{1}{V_i} \sum_{j \in i} \phi_j V_j \quad (2-34)$$

$$\overline{D_i} = \frac{\sum_{j \in i} \frac{1}{3\Sigma_{\text{tr},j}} \phi_j V_j}{\overline{\phi_{\text{het},i}} V_i} \quad (2-35)$$

1) 内部粗网边界的计算：

在产生粗网的均匀化参数之后，采用差分方法计算粗网表面的中子流：

$$J_{\text{hom}} = -D_{\text{FDM}} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} - \overline{\phi_{\text{hom},i}}) \quad (2-36)$$

差分系数 D_{FDM} 的计算应用差分公式可得：

$$J_{\text{hom}} = -\overline{D_i} \frac{\overline{\phi_{i+1/2}} - \overline{\phi_i}}{h_i / 2} \quad (2-37)$$

$$J_{\text{hom}} = -\overline{D_{i+1}} \frac{\overline{\phi_{i+1}} - \overline{\phi_{i+1/2}}}{h_{i+1} / 2} \quad (2-38)$$

式中， $\phi_{i+1/2}$ 为第 i 个网格与第 $i+1$ 个网格交界面处的通量，通过 (2-37) 和 (2-38) 联立消去 $\phi_{i+1/2}$ 可得到下式：

$$D_{\text{FDM}} = \frac{2\overline{D_i} \overline{D_{i+1}}}{\overline{D_i} h_{i+1} + \overline{D_{i+1}} h_i} \quad (2-39)$$

由于上述估算出的粗网表面的中子流无法自动保证与 MOC 输运计算出的中子流相等，为了保证守恒关系，在计算出的粗网表面的中子流的基础上引入了额外的修正项：

$$J_{\text{hom}} = -D_{\text{FDM}} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} - \overline{\phi_{\text{hom},i}}) + D_{\text{MOC}} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} + \overline{\phi_{\text{hom},i}}) \quad (2-40)$$

式中， D_{MOC} 为粗网耦合修正因子，可以采用下式得到：

$$D_{\text{MOC}} = \frac{J_{\text{het}} + D_{\text{FDM}} (\overline{\phi_{\text{het},i+1}} - \overline{\phi_{\text{het},i}})}{\overline{\phi_{\text{het},i+1}} + \overline{\phi_{\text{het},i}}} \quad (2-41)$$

2) 外部粗网边界的计算：

当粗网属于计算区域的外边界时，应采用边界条件进行计算。粗网表面的中子流可以表示为：

$$J_{\text{hom}} = D_{\text{FDM}} \overline{\phi_{\text{hom},i}} \quad (2-42)$$

差分系数 D_{FDM} 的计算应用差分公式可得：

$$J_{\text{hom}} = -\overline{D}_i \frac{\overline{\phi} - \overline{\phi}_i}{h_i / 2} \quad (2-43)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{in}} = \beta J_{\text{hom}}^{\text{out}} \quad (2-44)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{out}} - J_{\text{hom}}^{\text{in}} = J_{\text{hom}} \quad (2-45)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{out}} + J_{\text{hom}}^{\text{in}} = \frac{1}{2} \overline{\phi} \quad (2-46)$$

式中， $\overline{\phi}$ 为边界面上的面通量， β 为边界上的边界条件：

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{真空边界} \\ 1, & \text{反射边界} \\ \in (0,1), & \text{反照率边界} \end{cases} \quad (2-47)$$

联立 (2-43) - (2-46) 可得：

$$D_{\text{FDM}} = \frac{2\overline{D}_i(1-\beta)}{h_i(1-\beta) + 4\overline{D}_i(1+\beta)} \quad (2-48)$$

同样地，为了保证中子流的守恒，对粗网计算得到的中子流进行修正：

$$J_{\text{hom}} = D_{\text{FDM}} \overline{\phi_{\text{hom},i}} + D_{\text{MOC}} \overline{\phi_{\text{het},i}} \quad (2-49)$$

$$D_{\text{MOC}} = \frac{J_{\text{het}} - D_{\text{FDM}} \overline{\phi_{\text{het},i}}}{\overline{\phi_{\text{het},i}}} \quad (2-50)$$

得到差分系数以及粗网耦合修正因子之后，将 (2-40) (2-49) 代入 (2-31)，方程 (2-31) 便可以采用差分方法快速求解。将每次迭代过程中 CMFD 计算出的粗网通量与输运计算出的非均匀粗网平均通量之比作为修正因子修正各平源区的中子标通量密度，进而修正中子源项，并将每次迭代过程中 CMFD 计算出特征值作为 MOC 计算的特征值。具体的修正方法如下：

$$\phi_j = \phi_j \frac{\overline{\phi_{\text{hom},i}}}{\overline{\phi_{\text{het},i}}}, j \in i \quad (2-51)$$

值得一提的是，如果要对 1/2 或者 1/8 组件进行 CMFD 加速计算，如图 2-2 所示，粗网计算的时候需要将斜边上的栅元按照对称关系补全为完整的燃料栅元进行计算。

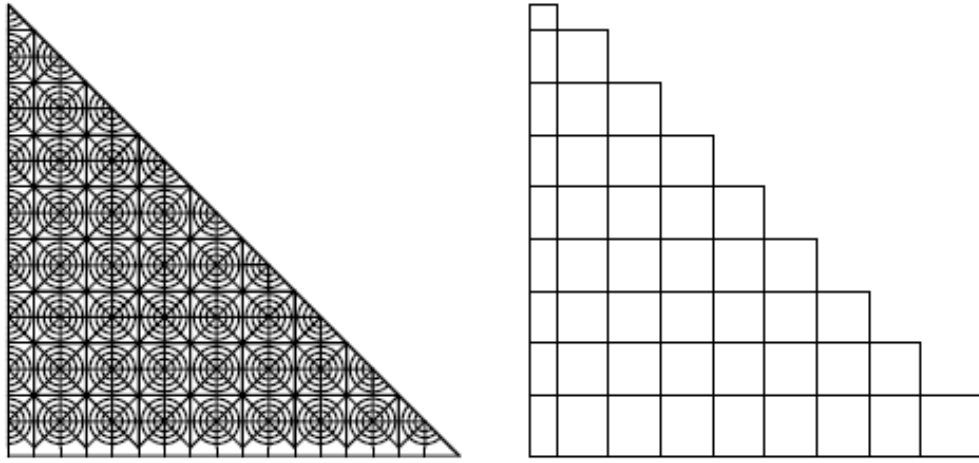


图 2-2 1/8 组件计算平源区网格和加速粗网

2.2.2 少群 CMFD 加速方法

多群 CMFD 加速过程中，如果能群数目增加到上百能群或者所求解的问题规模比较大的时候，其加速计算所占用的时间会凸显出来，为了进一步减少多群 CMFD 加速方法的耗时，本文采用了双重 CMFD 加速方法。即在多群 CMFD 加速之前再进行一次快速省时的少群 CMFD 计算，既进行能群压缩也进行空间均匀化，为每次多群 CMFD 计算提供一个宏观的初始解，从而减少多群 CMFD 的迭代次数，提高计算效率。CMFD 加速具体的计算流程图如图 2-3 所示。

具体的计算方法是根据反应率守恒的原则得到少群的均匀化参数：

$$\bar{\Sigma}_{x,kg,i} = \frac{\sum_{g=g'}^{g''} \sum_{j \in i} \Sigma_{x,g,j} \phi_{g,j} V_j}{\sum_{g=g'}^{g''} \sum_{j \in i} \phi_{g,j} V_j} \quad (2-52)$$

$$\bar{D}_{kg,i} = \frac{1}{3\bar{\Sigma}_{tr,kg,i}} \quad (2-53)$$

将少群 CMFD 计算出的特征值传递给多群 CMFD 作为初始解，少群计算出的粗网中子通量密度按照下式传递给多群 CMFD 进行计算：

$$\bar{\phi}_{\text{hom},g,i} = \frac{\bar{\phi}_{\text{hom},kg,i}}{\bar{\phi}_{\text{het},kg,i}} \bar{\phi}_{\text{het},g,i}, g \in kg \quad (2-54)$$

式中， $\bar{\phi}_{\text{hom},kg,i}$ 表示少群 CMFD 计算的第 i 个粗网网格的第 kg 宽群的中子通量密度。

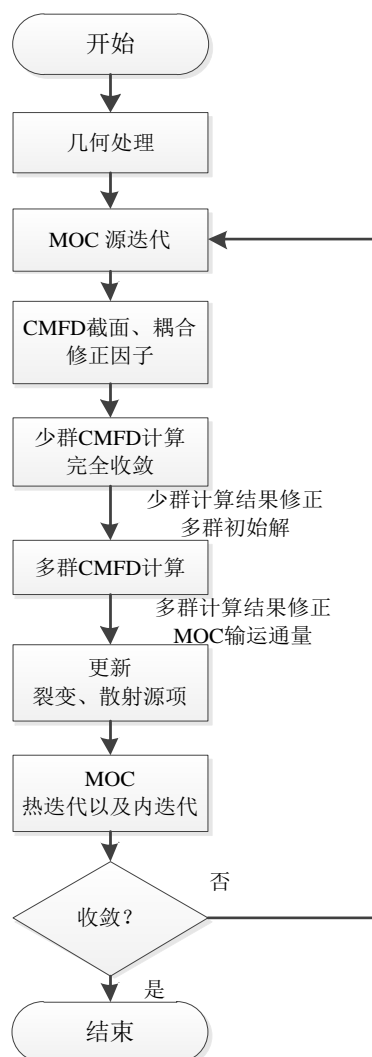


图 2-3 CMFD 加速计算流程图

2.3 模块开发与程序验证

本文采用 FORTRAN95 语言编制了二维组件模块化的输运求解程序 NECP-CART。由于采用模块化语言进行封装，整个求解器相对独立，能够被其他的程序调用。采用大量的基准题对输运求解器 NECP-CART 进行验证，并将该求解器应用于压水堆组件参数计算程序 NECP-CACTI 中。

2.3.1 ISSA 单群两区问题

该问题是由 ISSA^[25]提出的一个单群两区的基准题，是一个一维的平板几何问题，NECP-CART 是一个二维的输运求解器，所以采用 NECP-CART 计算的时候 Y 方向长度取为 1cm 并采用全反射边界条件将其等效为一个一维问题进行计算。其几何如图 2-4 所示，左边的区域表示燃料区域，右边的区域表示慢化剂区域。左边界为全反射边界条件，右边界为真空边界条件。具体的截面信息如表 2-1 所示。

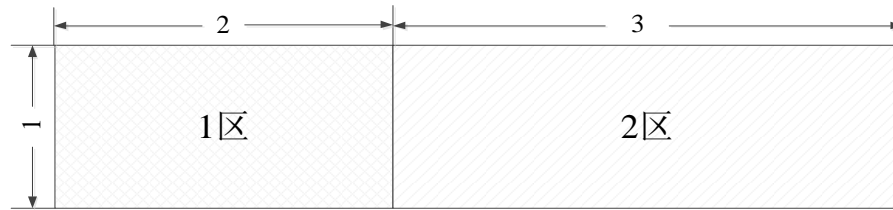


图 2-4 ISSA 两区问题几何/cm

NECP-CART 采用的平源区总数目为 500 个,取 1.0cm^2 作为一个特征线产生模块,每个模块内的平源区数目为 100,即取 $0.1\times 0.1\text{cm}^2$ 为一个平源区,每个模块内的每个方向的特征线数目为 30, $0\sim\pi/2$ 内幅角数目为 4, $0\sim\pi/2$ 内极角数目为 4。

表 2-1 ISSA 问题截面参数

区域	$\Sigma_t / \text{cm}^{-1}$	$\nu\Sigma_f / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_s / \text{cm}^{-1}$
1	1.0	1.0	0.5
2	0.8	0.0	0.4

从表 2-2 和表 2-3 可以看出,NECP-CART 程序与多群蒙特卡洛程序 MCMG 有效增殖因子的相对偏差约为 8pcm,通量分布的相对偏差大约为 0.1%左右。表明 NECP-CART 计算该问题具有较高的计算精度。

表 2-2 ISSA 问题特征值计算结果

程序	k_{eff}	相对偏差/pcm
MCMG	1.67864 ± 0.00024	
NECP-CART	1.67851	-8

表 2-3 ISSA 问题通量计算结果

程序	1 区	2 区
MCMG	1.00000	0.14567
NECP-CART	1.00000	0.14584

2.3.2 BWR 单群两区问题

该问题是一个沸水堆单栅元问题^[26],栅元由两群两区的材料组成,其几何结构以及 MOC 计算所采用的网格划分方式如图 2-5 所示,材料信息如表表 2-4 所示。NECP-CART 计算采用的平源区数目为 169,取整个单栅元作为一个特征线产生模块,每个模块内的每个方向的特征线数目为 200 条, $0\sim\pi/2$ 内幅角数目为 4,极角选取最优两极角 ($0\sim\pi/2$ 内极角数目为 2)。

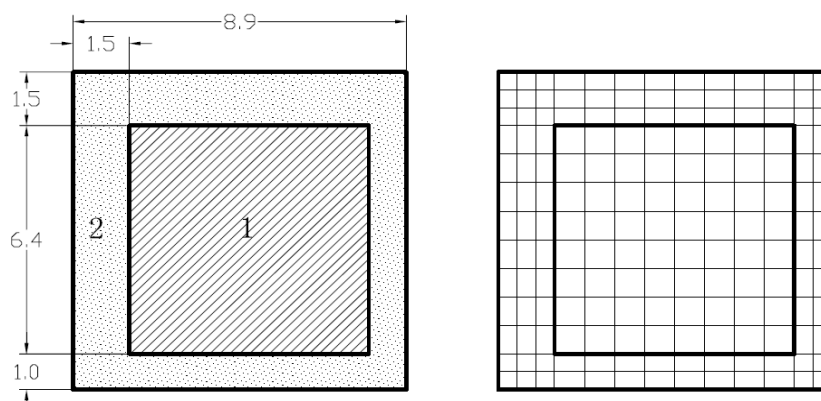


图 2-5 BWR 单栅元几何/cm

表 2-4 BWR 单栅元问题截面参数

能群	材料	$\nu\Sigma_{f,g} / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_{g\rightarrow 1} / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_{g\rightarrow 2} / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_t / \text{cm}^{-1}$	χ_g
1	1	6.203E-3	1.78E-1	1.002E-2	1.96647E-1	1.0
	2	0.0	1.995E-1	2.188E-2	2.22064E-1	
2	1	1.101E-1	1.089E-3	5.255E-1	5.96159E-1	0.0
	2	0.0	1.558E-3	8.783E-1	8.87874E-1	

表 2-5 BWR 单栅元问题 k_{inf} 计算结果

程序	k_{inf}	相对偏差/pcm
MCMG	1.21270±0.00014	-
SURCU	1.21270	0
AutoMOC	1.21445	144
NECP-CART	1.21376	87

表 2-6 BWR 单栅元问题通量计算结果

通量	1 群		2 群	
	1 区	2 区	1 区	2 区
MCMG	1.0	0.9251	0.3523	0.4518
SURCU	1.0	0.9269	0.3527	0.4514
AutoMOC	1.0	0.9291	0.3537	0.4481
NECP-CART	1.0	0.9294	0.3532	0.4445

表 2-5 给出了各个程序有效增殖因子的计算结果的比较,NECP-CART 在上述的网格划分和特征线计算条件下的计算结果与蒙卡相差 87pcm。表 2-6 给出了单栅元问题通量分布的比较,NECP-CART 的通量分布偏差与 MCMG 计算结果相比的相对误差约为 1%。

2.3.3 解析解固定源问题

该问题是一个二维单群纯吸收固定源问题^[27]，由于该问题没有散射截面，所以其中子通量分布具有解析解。该问题的几何如图 2-6 所示，其中 AD、DC 边采用全反射边界条件，AB、BC 边采用真空边界条件，中子源区的固定源强为 $1/1.44n/\text{cm}^2\cdot\text{s}$ ，两个区域的总截面和吸收截面为 1。

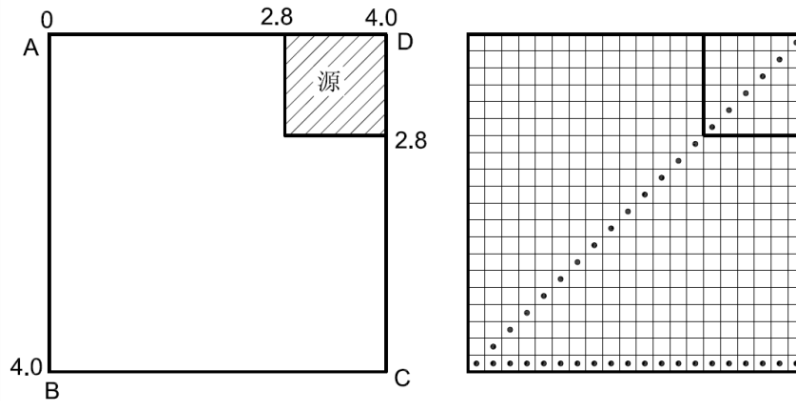


图 2-6 解析解固定源问题几何/cm

NECP-CART 计算采用的平源区数目为 400，取该固定源问题作为一个模块，每个模块内每个方向的特征线数目为 100 条， $0\sim\pi/2$ 内幅角数目为 32，极角选取高斯勒让德求积组， $0\sim\pi/2$ 内极角数目为 4。计算得到的 BC 边界和 BD 边界上中子通量密度分布与参考解的比较如图 2-7 和图 2-8 所示。

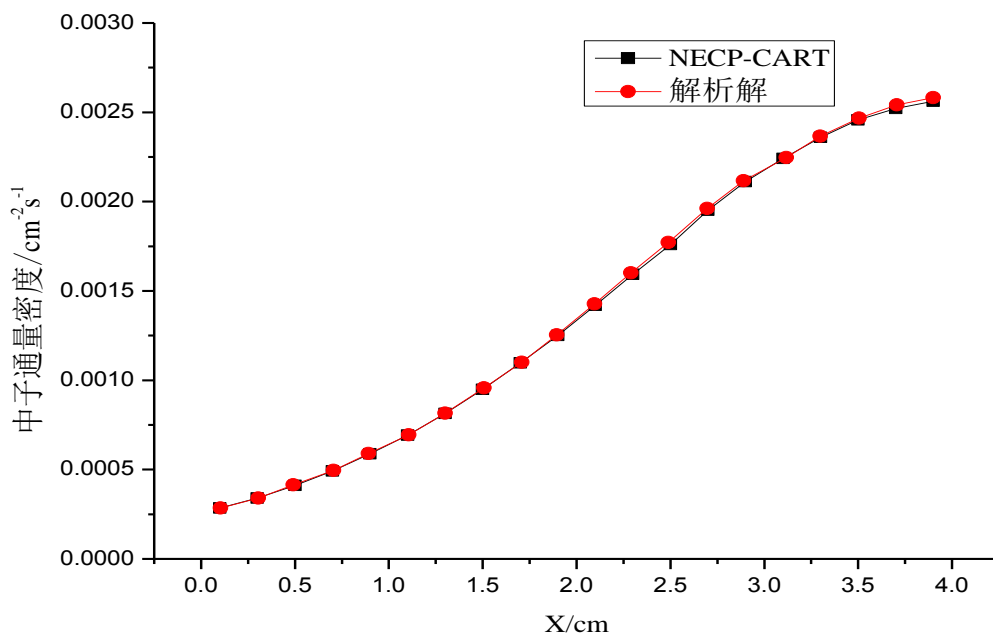


图 2-7 BC 边通量分布

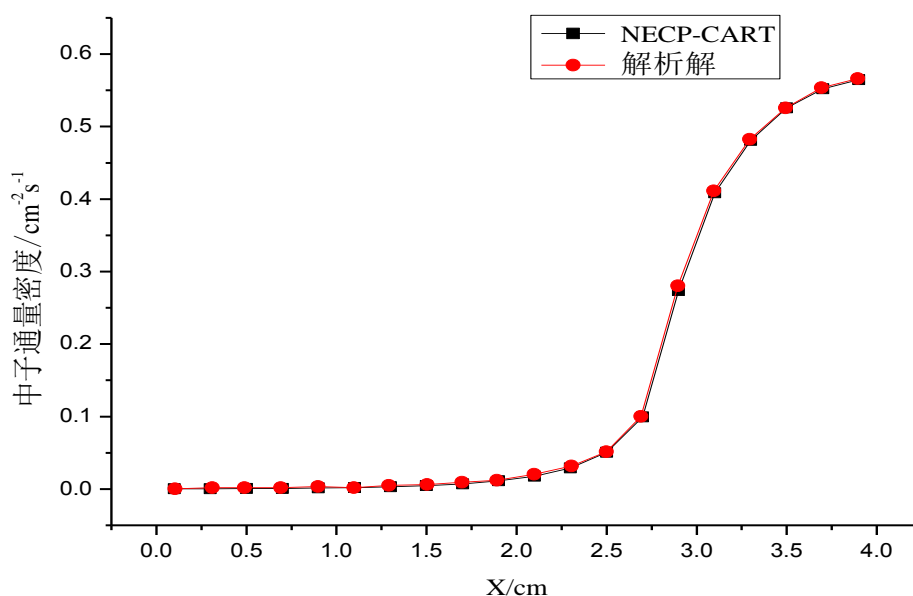


图 2-8 BD 边通量分布

从图中可以看出，NECP-CART 计算该解析解固定源问题得到的通量分布与参考解给出的结果符合较好，具有较高的精度。

2.3.4 内真空固定源问题

该问题是一个包含 3 个区域的单群固定源问题^[28]，该问题的几何如图 2-9 所示，其中 1 区为固定源区域，2 区为内真空区域，3 区为无源介质区，各个计算区域的截面信息如表 2-7 所示。NECP-CART 采用的平源区数目为 576，将该问题作为一个特征线产生模块，每个方向的特征线数目为 250， $0 \sim \pi/2$ 内幅角数目为 32，极角选取高斯勒让德求积组， $0 \sim \pi/2$ 内极角数目为 4。

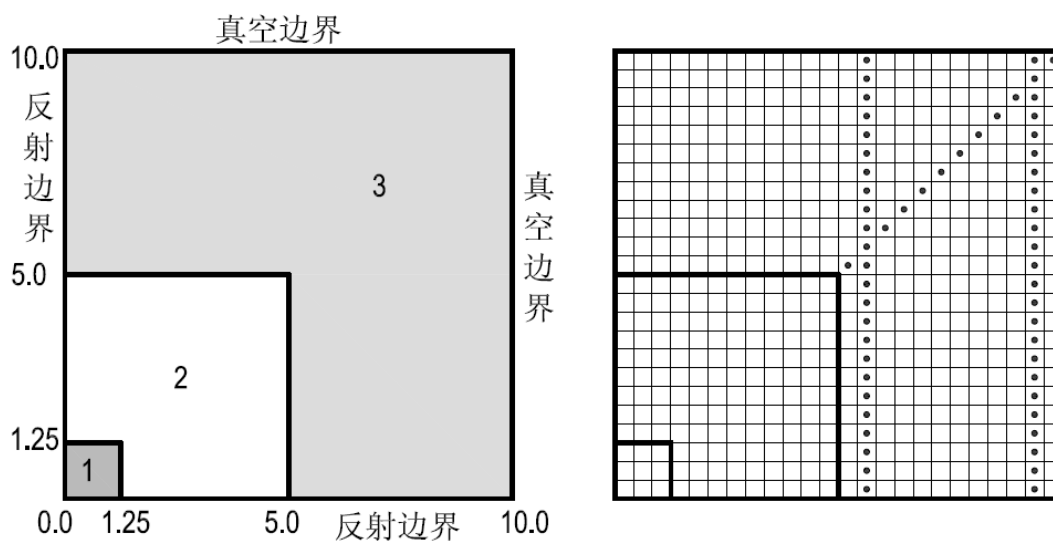


图 2-9 内真空固定源问题几何/cm

表 2-7 内真空固定源问题截面参数

区域	源强/ $\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$	总截面/ cm^{-1}	散射截面/ cm^{-1}
1	6.4	0.2	0.19
2	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.2	0.19

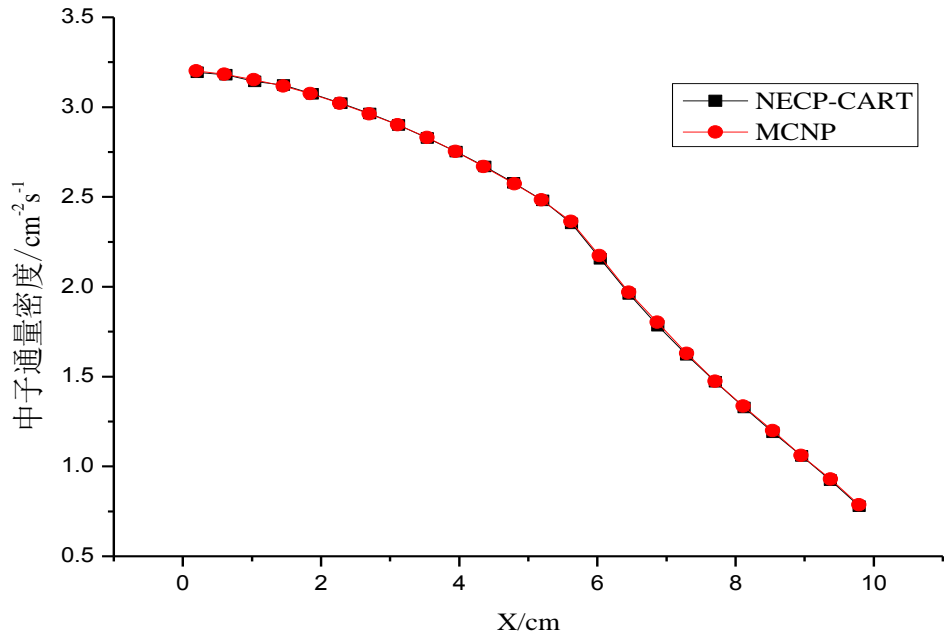


图 2-10 x=5.625cm 处通量分布

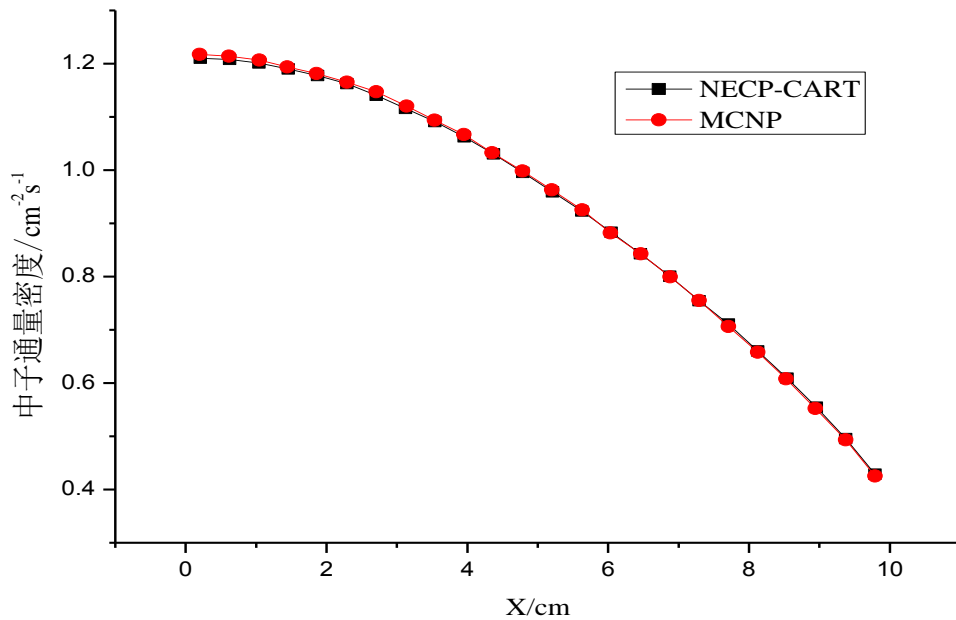
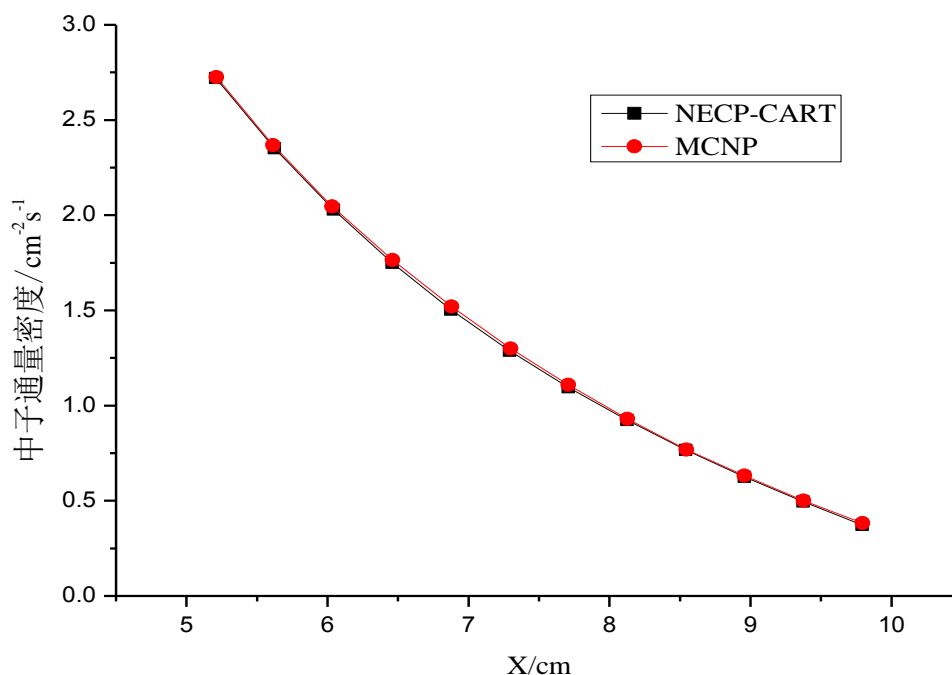


图 2-11 x=9.375cm 处通量分布

图 2-12 $y=x$ 处通量分布

从图中可以看出 NECP-CART 计算得到的通量分布与参考解 MCNP 计算得到的通量分布符合较好，证明 NECP-CART 能够计算内真空问题并获得较高的计算精度。

2.3.5 IAEA 五区特征值问题

该问题是一个单群的基准题^[26]，用于模拟轻水池式反应堆，该问题的几何结构如图 2-13 所示，该问题四周为真空边界条件，5 区的截面信息见表 2-8 所示。该问题的由 5 种不同的材料组成，其非均匀性较强烈，NECP-CART 计算采用的总的平源区数目为 33024，计算时将该问题分为 4 个特征线产生模块，每个模块内每个方向的特征线数目为 960， $0\sim\pi/2$ 内幅角数目为 4，极角选取最优两极角。

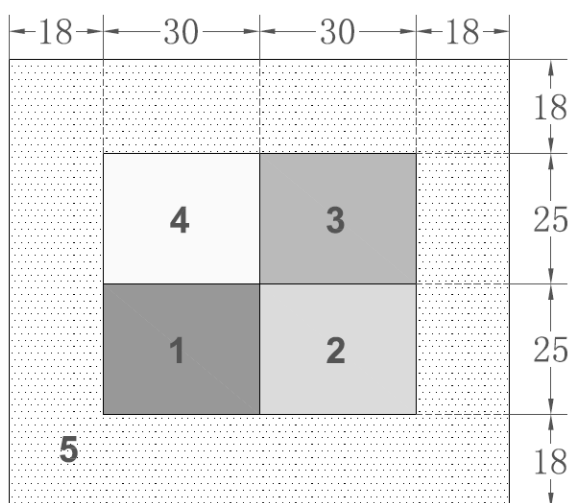


图 2-13 IAEA 五区问题几何/cm

表 2-8 IAEA 五区特征值问题截面参数

区号	$\Sigma_t / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_s / \text{cm}^{-1}$	$\nu\Sigma_f / \text{cm}^{-1}$
1	0.60	0.53	0.079
2	0.48	0.20	0.0
3	0.70	0.66	0.043
4	0.65	0.50	0.0
5	0.90	0.89	0.0

采用上述计算条件得到的 k_{eff} 和中子通量密度的计算结果如下所示, 从表 2-9 可以看出, 以多群蒙特卡罗程序计算的结果作为参考解, NECP-CART 计算得到的 k_{eff} 与参考解相差 8pcm, 1 区、2 区、4 区平均中子通量密度与参考解的偏差为 0.0%, 3 区相对偏差为 5.4%, 5 区的相对偏差为 0.13%。证明 NECP-CART 针对该非均匀性较强的问题具有精确的计算结果。

表 2-9 IAEA 五区特征值问题结果比较

程序	各区的平均中子通量密度					k_{eff}
	1 区	2 区	3 区	4 区	5 区	
MCMG	0.01686	0.000124	0.000037	0.000294	0.000790	1.00886±0.00014
SURCU	0.01686	0.000125	0.000041	0.000295	0.000791	1.00830
FELICIT	0.01685	0.000127	0.000042	0.000300	0.000797	1.00690
TEPFEM	0.01686	0.000125	0.000033	0.000297	0.000784	1.00790
DOT4.2	0.01686	0.000124	0.000037	0.000294	0.000789	1.00880
DNTR	0.01686	0.000125	0.000035	0.000295	0.000791	1.00850
NECP-CART	0.01686	0.000124	0.000035	0.000294	0.000789	1.00878

2.3.6 C5G7 基准题

该基准题^[29]是由 OECD/NEA 在 2001 年发布的, 其目的是用于输运计算程序的验证, C5G7 基准题的组件布置如图 2-14 所示, 包括 2 个 UO_2 燃料组件、2 个 MOX 燃料组件以及 5 个慢化剂材料的反射层组件, 模拟了一个较小的 1/4 堆芯。基准题的栅元结构如图 2-15 所示, 栅元中心距为 1.26cm, 燃料和包壳打混成一个区域, 区域半径为 0.54cm。基准题的组件结构如图 2-16 所示, 材料组成包括 1 种富集度的 UO_2 燃料、3 种不同富集度的 MOX 燃料、慢化剂材料、导向管材料以及裂变室材料。NECP-CART 计算该基准题所划分的总的平源区数目为 104040 个, 即每个栅元径向划分为 5 区, 周向划分为 8 区, 总共 40 个平源区。以一个组件作为一个特征线产生模块, 每个模块每个方向的特征线数目为 500, $0 \sim \pi/2$ 内幅角数目为 4, 极角选取最优两极角。 k_{eff} 收敛准则为 10^{-5} , 裂变源收敛准则为 10^{-4} 。本文采用 NECP-CART 计算了该问题并与文献中给出的参考解进行比较。具体比较的参数包括有效增殖因子、最大棒功率、最小棒功率

以及各个组件内的平均功率等。

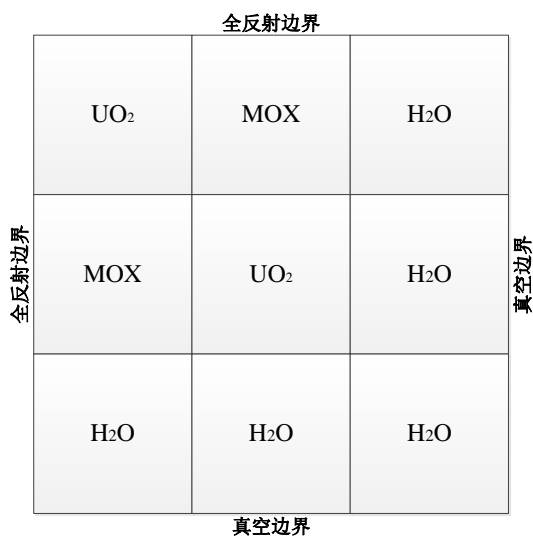


图 2-14 C5G7 基准题组件布置

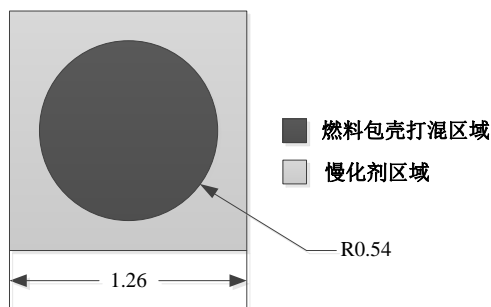


图 2-15 C5G7 基准题栅元结构/cm

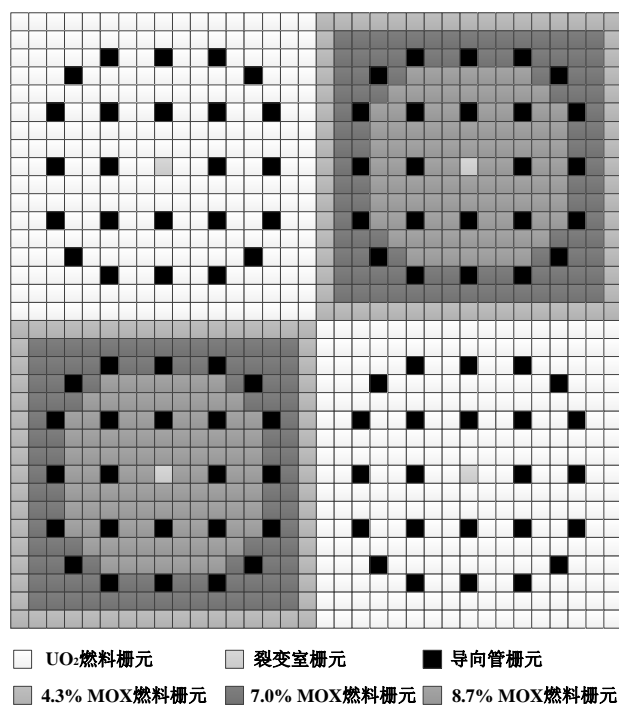


图 2-16 C5G7 基准题组件结构

表 2-10 至表 2-14 分别给出了 NECP-CART 计算 C5G7 基准题的特征值、指定棒功率以及组件功率的计算结果, 参考解由 MCNP 程序提供。除此之外, 文中还给出了其他知名程序例如 APOLLO2、HELIOS 等的计算结果。

从上表中可以看出, NECP-CART 计算得到的特征值与参考解的相对偏差为 23pcm, 最大棒功率与参考解的相对偏差为 0.92474%, 最小棒功率与参考解的相对偏差为 0.3879%, 内部 UO_2 组件功率与参考解的相对偏差为 0.7914%, 外部 UO_2 组件以及 MOX 组件与参考解的相对偏差为 0.0%。表明 NECP-CART 具有很高的计算精度。

表 2-10 2D C5G7 问题特征值计算结果

程序	k_{eff}	相对误差/pcm
MCNP(REF)	1.186550±0.00008	—
APOLLO2	1.186180	31
DORT-GRS	1.184818	146
TWODANT	1.186677	11
HELIOS	1.193299	569
NECP-CART	1.186820	23

表 2-11 2D C5G7 问题指定棒功率计算结果

程序	最大棒功率	误差/%	最小棒功率	误差/%
MCNP(REF)	2.49800±0.0016	—	0.2320±0.0058	—
APOLLO2	2.49900	0.04003	0.2390	3.0172
DORT-GRS	2.51000	0.48038	0.2320	0.0000
TWODANT	2.53400	1.44115	0.2310	0.4310
HELIOS	2.51000	0.48038	0.2330	0.4310
NECP-CART	2.52110	0.92474	0.2329	0.3879

表 2-12 2D C5G7 问题内部 UO_2 组件功率计算结果

程序	内部 UO_2	相对误差/%
MCNP(REF)	492.8±0.001	—
APOLLO2	492.3	0.10146
DORT-GRS	494.5	0.34497
TWODANT	497.5	0.95373
HELIOS	494.4	0.32468
NECP-CART	496.7	0.79140

表 2-13 2D C5G7 问题 MOX 组件功率计算结果

程序	MOX	相对误差/%
MCNP(REF)	211.7±0.0018	—
APOLLO2	211.7	0.00000
DORT-GRS	211.0	0.33066
TWODANT	209.6	0.99197
HELIOS	211.1	0.28342
NECP-CART	211.7	0.00000

表 2-14 2D C5G7 问题外部 UO₂ 组件功率计算结果

程序	外部 UO ₂	相对误差/%
MCNP(REF)	139.8±0.002	—
APOLLO2	140.3	0.35765
DORT-GRS	139.5	0.21459
TWODANT	139.4	0.28612
HELIOS	139.5	0.21459
NECP-CART	139.8	0.00000

2.3.7 双重 CMFD 加速数值验证

本文在输运求解器 NECP-CART 的基础上开发了双重 CMFD 加速模块，并选取了 C5G7 基准题验证了其多群的 CMFD 加速效果。NECP-CART 计算该基准题所划分的总的平源区数目为 104040 个，即每个栅元划分为 40 个平源区。以一个组件作为一个特征线产生模块，每个模块每个方向的特征线数目为 500， $0\sim\pi/2$ 内幅角数目为 4，极角选取最优两极角。 k_{eff} 收敛准则为 10^{-6} ，裂变源收敛准则为 10^{-5} 。

表 2-15 2D C5G7 CMFD 加速结果对比

CMFD 加速	外迭代次数	计算时间/s	k_{eff}	加速比
关	166	5096	1.18682	-
开	6	253	1.18682	20.14

从表 2-15 可以看出，采用 CMFD 加速对 k_{eff} 的计算结果没有影响，误差为 0pcm，证明本文开发的 CMFD 模块正确。不采用 CMFD 加速计算时间为 5096s，采用 CMFD 加速计算时间为 253s，加速比大约为 20:1，加速效果良好。

由于在计算大规模问题的时候，多群 CMFD 扩散计算同样会带来额外的计算时间，当问题的计算规模比较大而且能群数目比较多的时候，额外的计算时间是不可忽略的。因此在每次 MOC 外迭代加速的时候采用少群 CMFD 计算得到的通量修正多群 CMFD 的通量，从而使得多群 CMFD 的初解更接近于 CMFD 多群计算的真解，使其更快的收敛，提高计算效率。

为此本文构造了一个 69 群全堆芯输运问题。如图 2-17 所示，问题中的 69 群截面信息由 NECP 实验室开发的共振程序 NECP-SUGAR 提供。图中 1、2 和 3 分别代表 3 种不同的燃料组件的布置。

计算结果如表 2-16 和表 2-17 所示，采用多群 CMFD 加速的时候，执行 CMFD 计算的累积时间为 4371s，而在多群 CMFD 基础上再采用少群 CMFD 计算，执行 CMFD 计算的累积时间为 2991s，计算时间减少了 32%。从多群 CMFD 外迭代次数也可以发现，采用少群 CMFD 加速之后，多群 CMFD 外迭代次数依次明显减少，而少群 CMFD 计算相对于该问题来说几乎不耗时间。证明两重 CMFD 加速计算大规模问题有比较好的加速效果。

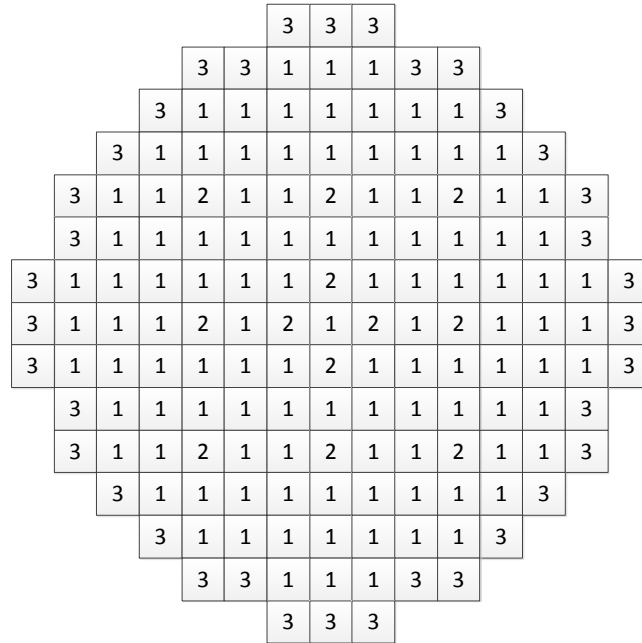


图 2-17 全堆芯输运问题的布置

表 2-16 2D C5G7 多群 CMFD 加速结果

MOC 外迭代次数	多群 CMFD 外迭代次数	CMFD 加速时间/s
1	529	1834
2	407	3234
3	213	4088
4	45	4294
5	10	4347
6	2	4371

表 2-17 2D C5G7 少群 CMFD 加速结果

MOC 外迭代次数	少群 CMFD 外迭代次数	多群 CMFD 外迭代次数	多群 CMFD 加速时间/s	少群 CMFD 加速时间/s
1	0	529	1823	0
2	104	215	2613	25.1
3	69	63	2860	16.8
4	17	13	2939	4.7
5	6	3	2969	1.7
6	2	1	2991	0.6

2.3.8 各向异性散射数值验证

为了能够处理高阶散射源项，从而得到更加精确的计算结果，本文开发的输运求解器 NECP-CART 能够求解任意阶数的高阶散射源项。并通过两个基准题对其正确性进行了验证。

1) 一维平板临界裸堆问题

该基准题是一个一维平板临界裸堆模型^[30]，只考虑一阶各向异性散射时的临界尺寸为 $2 \times 0.79606\text{cm}$ ，考虑二阶各向异性散射时的临界尺寸为 $2 \times 0.78396\text{cm}$ 。其宏观截面见表 2-18 所示。

表 2-18 一维平板临界裸堆宏观截面

	产生截面	总截面	0 阶散射截面	1 阶散射截面	2 阶散射截面
材料	0.6666675	1.0	0.733333	0.333333	0.125

本文采用 NECP-CART 分别计算了考虑一阶和二阶各向异性散射的问题，计算结果如表 2-19 所示，可以看出，无论是采用 1 阶各向异性散射还是 2 阶各向异性散射，NECP-CART 都能获得良好的计算结果，与参考解的误差只有不到 10pcm。

表 2-19 一维平板临界裸堆计算结果

程序	k_{eff}	$k_{\text{eff}}(\text{reference})$	相对偏差/pcm
NECP-CART (P1)	0.99991	1.00000	-9
NECP-CART (P2)	0.99994	1.00000	-6

2) 5 阶 ISSA 单群两区问题

该基准题^[25]与几何以及边界条件与 2.3.1 节的 ISSA 算例一致。相关文献指出，将散射各向同性的问题经过适当的变化，可以得到一个等价的各向异性的问题。这两个问题具有相同的解。5 阶截面参数如表 2-20 所示。本文采用 NECP-CART 计算该问题，其采用的平源区总数目为 500 个，取 1.0cm^2 作为一个特征线产生模块，每个模块内的平源区数目为 100，即取 $0.1 \times 0.1\text{cm}^2$ 为一个平源区，每个模块内的每个方向的特征线数目为 30， $0 \sim \pi/2$ 内幅角数目为 4， $0 \sim \pi/2$ 内极角数目为 4。

表 2-20 ISSA 各向异性问题截面参数

区域	$\Sigma_t / \text{cm}^{-1}$	$\nu\Sigma_f / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_{s0} / \text{cm}^{-1}$	$\Sigma_{sn} / \text{cm}^{-1}, n=1,5$
1	1.1	1.0	0.6	0.1
2	0.95	0	0.55	0.15

表 2-21 ISSA 各向异性问题计算结果

阶数	k_{eff}	相对偏差/pcm
0 阶	1.67851	-
5 阶	1.67851	0

NECP-CART 给出了采用 0 阶各向同性散射和 5 阶各向异性散射计算的结果，如表 2-21 所示。从表中可以看出，采用 0 阶和 5 阶散射得到的结果完全一致，证明 NECP-CART 能够处理高阶各向异性散射问题，而且能够给出精确的计算结果。

2.4 本章小结

本章推导了特征线形式的中子输运方程的理论模型，编制了组件模块化特征线方法的中子输运求解器 NECP-CART，实现了高阶散射源项的计算，运用 CMFD 方法对 MOC 外迭代进行加速。经过大量的验证分析，得出的主要结论如下：

- 1) 本文开发的中子输运求解器 NECP-CART 能够实现棒状和板状几何的中子输运方程的求解，能够实现较任意的平源区的划分，具有较高的计算精度；
- 2) NECP-CART 能够实现任意阶数的散射源项的求解；

- 3) 采用双重 CMFD 加速方法对 NECP-CART 进行加速，具有良好的加速效果。

3 输运修正方法研究与程序开发

中子的各向异性散射可以通过求解带有高阶散射源项的中子输运方程精确处理，但是在确定论方法的实际求解计算中一般并不采取这种方法。原因包括：第一，直接求解高阶散射的中子输运方程无论在计算效率还是在存储上都会付出较大的代价；第二，组件计算为堆芯提供均匀化常数，堆芯计算一般为扩散计算，其需要的是经过输运修正过后的截面。基于上述原因，组件程序通常采用一种近似的方法即输运修正方法处理上述问题。根据近似假设的不同可以衍生不同的输运修正方法。

3.1 输运修正方法的理论推导

稳态的中子输运方程可以表示为：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \varphi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) &= \frac{\chi(E)}{4\pi k_{\text{eff}}} \int_0^\infty \int_{0, 4\pi} v \Sigma_f(\mathbf{r}, E') \varphi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\ &+ \int_0^\infty \int_{0, 4\pi} \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}) \varphi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' dE' \end{aligned} \quad (3-1)$$

为了方便起见，将上式简化一维中子输运方程：

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi(z, E, \mu)}{\partial z} + \Sigma_t(z, E) \varphi(z, E, \mu) &= \int_{-1}^1 \int_0^\infty \Sigma_s(z, E' \rightarrow E, \mu_0) \varphi(z, E', \mu') d\mu' dE' + \\ &\frac{\chi(E)}{4\pi k_{\text{eff}}} \int_0^\infty v \Sigma_f(z, E') \varphi(z, E') dE' \end{aligned} \quad (3-2)$$

离散成多群之后的多群一维输运方程可以表示为：

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi_g(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma_{t,g}(z) \varphi_g(z, \mu) &= \sum_{g'} \int_{-1}^1 \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(z, \mu_0) \varphi_{g'}(z, \mu') d\mu' + \\ &\frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g'}(z) \varphi_{g'}(z) \end{aligned} \quad (3-3)$$

对于一维问题，把上式中的 $\varphi_{g'}(z, \mu')$ 以及 $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(z, \mu_0)$ 用勒让德多项式展开成级数得：

$$\varphi_{g'}(z, \mu') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \varphi_{n,g'}(z) P_n(\mu') \quad (3-4)$$

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(z, \mu_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) P_n(\mu_0) \quad (3-5)$$

勒让德多项式的正交性可以表示为:

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu)P_m(\mu)d\mu = \begin{cases} 0, & \text{当 } n \neq m \text{ 时} \\ \frac{2}{2n+1}, & \text{当 } n = m \text{ 时} \end{cases} \quad (3-6)$$

勒让德多项式的加法定理可以表示为:

$$P_n(\mu_0) = P_n(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}) = \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{l=-n}^n Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}') \cdot Y^{n,l}(\boldsymbol{\Omega}) \quad (3-7)$$

将球谐函数代入并化简得到:

$$P_n(\mu_0) = P_n(\mu)P_n(\mu') + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\mu)P_n^m(\mu') \cos m(\phi - \phi') \quad (3-8)$$

利用勒让德多项式的正交性和加法定理, 将 (3-4) 和 (3-5) 代入方程 (3-3) 中并化简得到:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi_g(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma_{t,g}(z) \varphi_g(z, \mu) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \sum_{g'} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) \varphi_{n,g'}(z) + \\ &\frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z) \phi_{g'}(z) \end{aligned} \quad (3-9)$$

其中:

$$\Sigma_{t,g}(z) \varphi_g(z, \mu) = \int_g \Sigma_t(z, E) \varphi(z, \mu, E) dE = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \Sigma_{t,g}^n(z) \varphi_{n,g}(z) \quad (3-10)$$

将 (3-10) 代入 (3-9) 中并将这一项移到方程的右端得:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi_g(z, \mu)}{\partial z} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \sum_{g'} (\Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) - \delta_{g'g} \Sigma_{t,g}^n(z)) \varphi_{n,g'}(z) \\ &+ \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z) \phi_{g'}(z) \end{aligned} \quad (3-11)$$

其中, $\delta_{g'g}$ 为克罗内克尔符号。

方程 (3-11) 两端同时加上一项 $\Sigma_{tr,g}(z) \varphi_g(z, \mu)$ 得到:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \varphi_g(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma_{tr,g}(z) \varphi_g(z, \mu) &= \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z) \phi_{g'}(z) \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \sum_{g'} (\Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) + \delta_{g'g} (\Sigma_{tr,g}(z) - \Sigma_{t,g}^n(z))) \varphi_{n,g'}(z) \end{aligned} \quad (3-12)$$

定义一个新的截面：

$$\Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) = \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) + \delta_{g'g}(\Sigma_{tr,g}(z) - \Sigma_{t,g}^n(z)) \quad (3-13)$$

则 (3-12) 变为：

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \phi_g(z, \mu)}{\partial z} + \Sigma_{tr,g}(z) \phi_g(z, \mu) = \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{2} P_n(\mu) \sum_{g'} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z) \phi_{n,g'}(z) + \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z) \phi_{g'}(z) \end{aligned} \quad (3-14)$$

到目前为止，多群形式的输运方程 (3-14) 并没有对散射源作任何的假设，所谓的输运修正是指为了避免高阶散射源项花费大量的计算时间和内存消耗，提出了一种对总截面和自散射截面做出一定近似从而实现高效求解输运方程的方法^[31-35]。

下面分别介绍几种输运修正方法所做的近似：

1) P_n 近似输运修正 (P_0 近似)

这种近似假设是直接舍弃掉高阶各向异性散射，右端散射源项为 0 阶各向同性散射假设，即：

$$\Sigma_{tr,g}(z) = \Sigma_{t,g}^0(z) \quad (3-15)$$

这是最传统也是最简单的输运近似，当截面的各向异性散射不强烈时，可以采用此方法进行输运修正。

2) Inflow 输运修正

方程 (3-14) 中最大的散射阶数为 0 阶，即 1 阶散射源项等于 0 时：

$$\frac{3}{2} P_1(\mu) \sum_{g'} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(z) \phi_{1,g'}(z) = 0 \quad (3-16)$$

即：

$$\sum_{g'} (\Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(z) + \delta_{g'g}(\Sigma_{tr,g}(z) - \Sigma_{t,g}^1(z))) \phi_{1,g'}(z) = 0 \quad (3-17)$$

$$\sum_{g'} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(z) \phi_{1,g'}(z) + (\Sigma_{tr,g}(z) - \Sigma_{t,g}^1(z)) \phi_{1,g}(z) = 0 \quad (3-18)$$

从方程 (3-18) 可以得到：

$$\Sigma_{tr,g}(z) = \Sigma_{t,g}^1(z) - \frac{\sum_{g'} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(z) \phi_{1,g'}(z)}{\phi_{1,g}(z)} \quad (3-19)$$

即 Inflow 输运修正是采用 1 阶中子通量矩来修正总截面。

3) Outflow 输运修正

假设当前能群的所有 1 阶出射中子和入射中子保持平衡的时候，即：

$$\sum_{g'} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(z) \phi_{1,g'}(z) \approx \sum_{g'} \Sigma_{s1,g \rightarrow g'}(z) \phi_{1,g}(z) \quad (3-20)$$

将 (3-20) 代入 (3-19) 中可得:

$$\Sigma_{tr,g}(z) = \Sigma_{t,g}^1(z) - \sum_{g'} \Sigma_{s1,g \rightarrow g'}(z) \quad (3-21)$$

Outflow 输运修正不需要额外计算中子通量矩, 是一种比较简单的计算方法。

上述是三种输运近似的计算方法, 除此之外, 还有一些其他的输运修正方法, 例如: **WIMS** 中快群采用 **Inflow** 输运修正计算模式, 而热群采用 **Outflow** 输运修正计算模式, **Inflow** 输运修正计算所需要的中子流是 **NJOY** 加工得到的典型的中子流谱, 跟问题无关^[3]; **DRAGON** 中除了采用 **Outflow** 输运修正外, 还采用一种 $1/E$ 权重形式的输运修正^[36]; **Akio Yamamoto** 采用一种简化的处理方法, 用典型的压水堆权重能谱来替代一阶中子通量矩对截面进行输运修正, 或者根据一阶矩和截面的倒数的近似正比关系, 采用权重能谱和总截面的比值替代一阶中子通量矩对截面进行输运修正^[31]。

3.2 Inflow 输运修正的数值求解

从上节的推导过程可以看出, **Outflow** 输运修正所做的假设并非在任何情况下都适用, 所以最精确的输运修正计算方法是 **Inflow** 输运修正计算方法, 但是 **Inflow** 输运修正方法需要得到一阶中子通量矩, 本小节将介绍 **Inflow** 输运修正的数值求解过程^[37,38]。

将 (3-2) 两端同时乘以 $(2n+1)P_n(u)$ 然后对 u 从 -1 到 1 区间积分, 并利用勒让德递推关系式:

$$(2n+1)\mu P_n(\mu) = (n+1)P_{n+1}(\mu) + nP_{n-1}(\mu) \quad (3-22)$$

以及式 (3-4)、式 (3-5) 和式 (3-6) 可得:

$$\begin{aligned} & (n+1) \frac{d\varphi_{n+1,g}(z)}{dz} + n \frac{d\varphi_{n-1,g}(z)}{dz} + (2n+1)\Sigma_{t,g}^n(z)\varphi_{n,g}(z) \\ & = 2(2n+1)\delta_{0n} \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z)\phi_{g'}(z) + (2n+1) \sum_{g'} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z)\varphi_{n,g'}(z) \end{aligned} \quad (3-23)$$

将中子通量密度的空间变量和能量变量分离变量:

$$\varphi_{n,g}(z) = \varphi_{n,g} e^{iBz} \quad (3-24)$$

将 (3-24) 代入 (3-23) 并消去指数函数项可以得到:

$$\begin{aligned} & (n+1)(iB)\varphi_{n+1,g} + n(iB)\varphi_{n-1,g} + (2n+1)\Sigma_{t,g}^n(z)\varphi_{n,g} \\ & = 2(2n+1)\delta_{0n} \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z)\phi_{g'} + (2n+1) \sum_{g'} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(z)\varphi_{n,g'} \end{aligned} \quad (3-25)$$

裂变源项采用归一化思想:

$$\frac{1}{2\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g'}(z)\phi_{g'} = 1 \quad (3-26)$$

由 (3-25) 可得:

$$\varphi_{n,g} = \frac{(2n+1)\delta_{0n}\chi_g - (n+1)iB\varphi_{n+1,g} - niB\varphi_{n-1,g}}{(2n+1)\Sigma_{tr,g}^{n-1}} \quad (3-27)$$

$$\Sigma_{tr,g}^{n-1} = \Sigma_{tr,g}^n - \frac{\sum_{g'=1}^G \Sigma_{sn,g' \rightarrow g} \varphi_{n,g'}}{\varphi_{n,g}} \quad (3-28)$$

当 n 是偶数值的时候, $n-1$ 和 $n+1$ 是奇数值, 对于 $n-1$ 而言:

$$\varphi_{n-1,g} = \frac{-niB\varphi_{n,g} - (n-1)iB\varphi_{n-2,g}}{(2n-1)\Sigma_{tr,g}^{n-2}} \quad (3-29)$$

对于 $n+1$ 而言:

$$\varphi_{n+1,g} = \frac{-(n+2)iB\varphi_{n+2,g} - (n+1)iB\varphi_{n,g}}{(2n+3)\Sigma_{tr,g}^n} \quad (3-30)$$

将 (3-29) (3-30) 代入 (3-25) 中可得:

$$\varphi_{n,g} = \frac{\delta_{0n}\chi_g + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sn,g' \rightarrow g} \varphi_{n,g'} - \alpha_{2,g}^n B^2 \varphi_{n-2,g} - \alpha_{3,g}^n B^2 \varphi_{n+2,g}}{\Sigma_{tr,g}^n - \alpha_{1,g}^n B^2} \quad (3-31)$$

式中:

$$\alpha_{1,g}^n = -\frac{n+1}{2n+1} \frac{n+1}{2n+3} \frac{1}{\Sigma_{tr,g}^n} - \frac{n}{2n+1} \frac{n}{2n-1} \frac{1}{\Sigma_{tr,g}^{n-2}} \quad (3-32)$$

$$\alpha_{2,g}^n = \frac{n-1}{2n-1} \frac{n}{2n+1} \frac{1}{\Sigma_{tr,g}^{n-2}} \quad (3-33)$$

$$\alpha_{3,g}^n = \frac{n+1}{2n+1} \frac{n+2}{2n+3} \frac{1}{\Sigma_{tr,g}^n} \quad (3-34)$$

当方程的阶数为 N 时,

$$\alpha_{3,g}^N = 0 \quad (3-35)$$

当 n 为奇数时, 方程 (3-27) 变为:

$$\varphi_{n,g} = -iB \frac{(n+1)\varphi_{n+1,g} + n\varphi_{n-1,g}}{(2n+1)\Sigma_{tr,g}^{n-1}} \quad (3-36)$$

Inflow 输运修正具体的实现方法如下:

1) 初始化中子通量密度矩和输运截面:

$$\begin{aligned} B^2 &= 10^{-4}, & \Sigma_{tr,g}^n &= \Sigma_{tr,g}^n & (n=0,1,2\dots N) \\ \varphi_{0,g} &= \chi_g, & \varphi_{n,g} &= 0 & (n=1,2\dots N) \end{aligned} \quad (3-37)$$

2) 更新偶数阶中子通量密度矩, 迭代至收敛:

$$\varphi_{n,g} = \frac{\delta_{0n}\chi_g + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{sn,g' \rightarrow g} \varphi_{n,g'} - \alpha_{2,g}^n B^2 \varphi_{n-2,g} - \alpha_{3,g}^n B^2 \varphi_{n+2,g}}{\Sigma_{t,g}^n - \alpha_{1,g}^n B^2} \quad (3-38)$$

3) 更新奇数阶中子通量密度矩:

$$\varphi_{n,g} = -iB \frac{(n+1)\varphi_{n+1,g} + n\varphi_{n-1,g}}{(2n+1)\Sigma_{tr,g}^{n-1}} \quad (3-39)$$

4) 根据奇数阶中子通量密度矩更新输运截面:

$$\Sigma_{tr,g}^{n-1} = \Sigma_{t,g}^n - \frac{\sum_{g'=1}^G \Sigma_{sn,g' \rightarrow g} \varphi_{n,g'}}{\varphi_{n,g}} \quad (3-40)$$

5) 判断中子通量密度矩和输运截面是否收敛, 若未收敛, 跳至步骤 2), 循环直至其收敛。

采用上述方法求解问题相关的慢化剂材料的 P_N 方程, 求得一阶中子通量矩之后, 采用 Inflow 输运修正方法对所有材料的总截面和自散射截面进行输运修正, 修正公式分别为 (3-19) 和 (3-41)。

$$\Sigma'_{s0,g \rightarrow g} = \Sigma_{s0,g \rightarrow g} - (\Sigma_{t,g}^0 - \Sigma_{tr,g}^0) \quad (3-41)$$

Inflow 输运修正对一阶中子通量矩迭代求解过程中, 由于高阶中子散射截面有负值出现, 会导致通过 (3-40) 计算出的输运截面在迭代过程中不收敛, 基于此, 本文在迭代过程中对输运截面的迭代添加松弛因子 ω , 使其迭代收敛, 本文中的松弛因子取值 0.2。

$$\Sigma_{tr,g}^k = (1-\omega)\Sigma_{tr,g}^{k-1} + \omega\Sigma_{tr,g}^k \quad (3-42)$$

式中, $\Sigma_{tr,g}^k$ 为第 k 次迭代用松弛因子修正后的多群输运截面; $\Sigma_{tr,g}^{k-1}$ 为第 $k-1$ 次迭代得到的多群输运截面; $\Sigma_{tr,g}^k$ 为第 k 次迭代得到多群输运截面; ω 为松弛因子。

获得了经过 Inflow 输运修正的总截面 (即输运截面) 和自散射截面之后, 便可以进行输运计算。但在实际的 MOC 求解过程中, 由于修正过的自散射截面有可能会变成负值, 导致 MOC 迭代不收敛, 本文采取相应的措施避免 MOC 计算发散。

1) 将总的源项重置为零

根据输运方程不难发现, 碰到负的自散射截面会发散的部分原因是由于截面为负导致的源项为负, 源项为负值在物理上是不允许的。因此本文在计算得到的总的源项为负值时, 将总的源项重置为零。即:

$$Q = \frac{\chi_g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g}(r) \psi_g(r) + \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \Sigma'_{s0,g' \rightarrow g}(r) \psi_{g'}(r) + S \quad (3-43)$$

这里的 S 指的是外源项。当总的源项 Q 小于零时, 将 Q 重置为零。

2) 对 neutron 标通量密度以及特征值进行低松弛

由于部分修正过的自散射为负值导致 MOC 内迭代计算中 neutron 标通量误差随迭代次数出现震荡的现象。所以在此引入了低松弛的修正：

$$k_{\text{eff}} = \omega k_{\text{eff}}^{\text{new}} + (1 - \omega) k_{\text{eff}}^{\text{old}} \quad (3-44)$$

$$\phi = \omega \phi^{\text{new}} + (1 - \omega) \phi^{\text{old}} \quad (3-45)$$

式中， ω 为松弛因子，满足 $0 < \omega < 1$ 。

3.3 模块开发与程序验证

本文采用面向对象的模块化 FORTRAN 语言编制了输运修正计算模块。输运修正计算方法包括： P_0 近似输运修正、Inflow 输运修正、Outflow 输运修正方法等。并选取了相应的基准算例对不同的输运修正方法进行对比分析。

3.3.1 输运截面的比较

本文采用上述修正方法计算了 JAEA 研究机构发布的 UO_2 单栅元问题，分析了以 H_2O 作为慢化剂的输运截面的计算结果。图 3-1 给出了三种输运修正方法输运截面的结果，Consistent-P 指的是 P_0 输运修正（即总截面）；Outflow Tr 指的是 Outflow 输运修正；Inflow Tr 指的是 Inflow 输运修正。

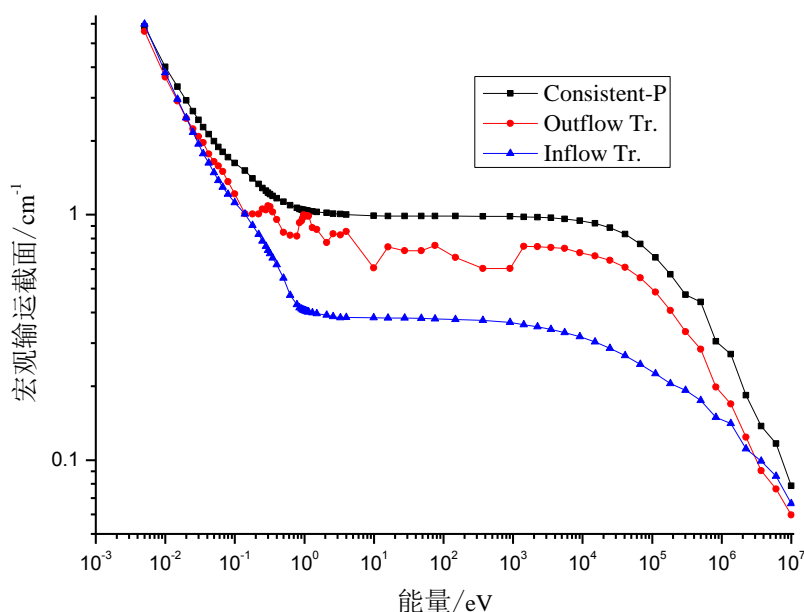


图 3-1 H_2O 慢化剂的输运截面

图 3-2 给出了 Outflow 输运修正和 Inflow 输运修正与 P_0 近似输运截面的比率，从图中可以看出，Outflow 输运修正和 Inflow 输运修正方法有很大的不同，和 Outflow 输运修正计算结果相比，Inflow 输运修正在高能量段和低能量段的输运截面偏高，中能量段的输运截面偏低。

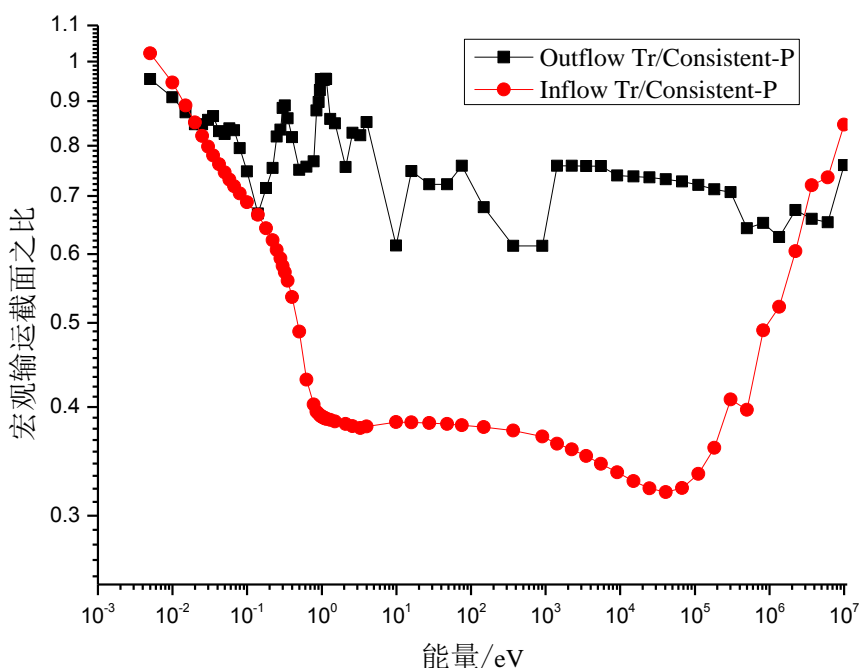
图 3-2 Outflow 输运修正和 Inflow 输运修正与 P_0 近似的比率

图 3-3 和图 3-4 给出了采用 Inflow 输运修正计算方法得到的零阶和一阶中子通量密度矩，零阶中子通量矩快群与裂变谱分布相似，热群与麦克斯韦分布相似。一阶中子通量矩的分布高能群的绝对值较高，这个趋势可以由 (3-39) 式得到，因为输运截面在一阶中子通量矩计算的分母上，而且输运截面在高速区域较小，所以一阶中子通量矩在高速区域的结果较大。除此之外，中子通量密度矩之间的量级关系可以根据 (3-39) 式得到。

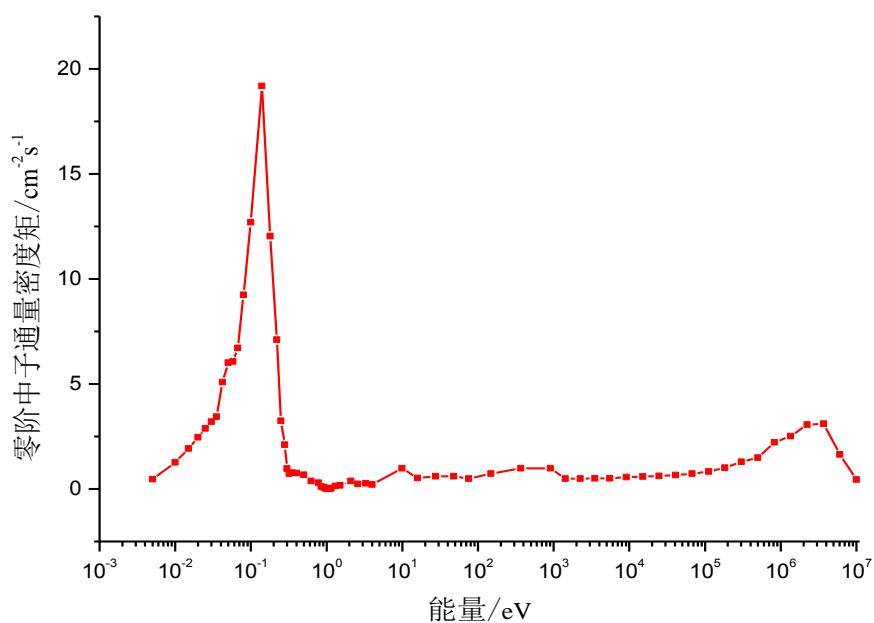


图 3-3 Inflow 输运修正零阶中子通量密度矩

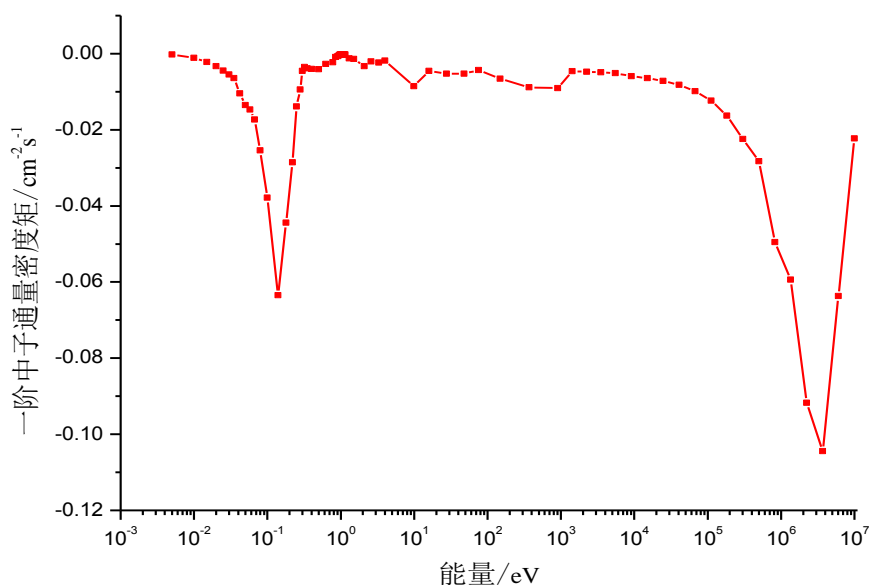


图 3-4 Inflow 输运修正一阶中子通量密度矩

除此之外，图 3-5 给出了 Inflow 输运修正方法一阶出射中子数和一阶入射中子数之比：

$$Ratio(\text{Out/In}) = \frac{\sum_{g'=1}^G \sum_{s1,g \rightarrow g} \phi_{1,g}}{\sum_{g'=1}^G \sum_{s1,g' \rightarrow g} \phi_{1,g'}} \quad (3-46)$$

从图中可以看出，在中能量段该比率接近为 1，低能段和高能段与 1 有较大的偏差，可以看出 Outflow 输运修正和 Inflow 输运修正的主要差别在低能段和高能段的差别。该比率如果在整个能量段恒为 1，则根据 (3-20) 的近似关系式，Outflow 输运修正和 Inflow 输运修正的计算结果一致。

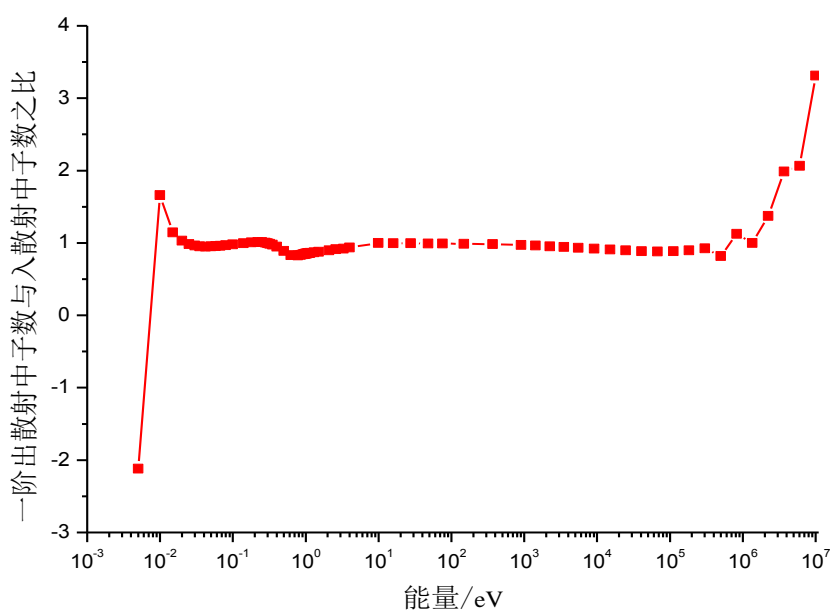


图 3-5 Inflow 输运修正出散射与入散射中子数之比

3.3.2 燃料组件基准题计算结果

本文采用上述介绍的输运修正方法计算了单栅元基准题以及两类燃料组件基准题, 该基准题取自于 VERA^[39], 包括了不带控制棒以及带有控制棒的燃料组件。本文给出了单栅元问题以及两种类型的燃料组件问题采用不同输运修正方法的特征值以及棒功率的计算结果, 参考解由 MCNP6 给出。其中 In+Outflow 输运修正方法指的是快群采用 Inflow 输运修正方法, 热群采用 Outflow 输运修正方法, Inflow 输运修正计算所采用的中子流为压水堆典型的中子能谱下的中子流, 可以从多群数据库中获得。P1 指的是 NECP-CACTI 采用 1 阶散射计算。除此之外, 本文还根据 (3-47) 评估了各个输运修正方法计算出的控制棒价值。

$$R = (k_{\text{eff}}^{\text{Rodded}} - k_{\text{eff}}^{\text{Unrodded}}) \cdot 10^5 \quad (3-47)$$

表 3-1 单栅元特征值计算结果

程序	输运近似	k_{eff}	绝对误差/pcm
MCNP6	-	1.18507	6
NECP-CACTI	P ₁	1.18455	-52
	P ₀	1.18433	-74
	Outflow	1.18464	-43
	Inflow	1.18468	-39
	In+Outflow	1.18471	-36

表 3-2 不带棒燃料组件特征值计算结果

程序	输运近似	k_{eff}	绝对误差/pcm
MCNP6	-	1.18065	3
NECP-CACTI	P ₁	1.18047	-18
	P ₀	1.17952	-113
	Outflow	1.17971	-94
	Inflow	1.17982	-83
	In+Outflow	1.17981	-84

表 3-3 带棒燃料组件特征值计算结果

程序	输运近似	k_{eff}	绝对误差/pcm
MCNP6	-	0.78393	3
NECP-CACTI	P ₁	0.78134	-259
	P ₀	0.80204	1811
	Outflow	0.78453	60
	Inflow	0.78337	-56
	In+Outflow	0.78456	63

从表 3-1 至表 3-4 中可以看出, 针对单栅元问题, 各种输运修正方法计算得到的特征值与 MCNP6 的绝对偏差大约为 50pcm 左右, 表明各种输运修正方法针对单栅元问题均能给出较好的计算结果; 针对带控制棒的燃料组件问题, 由于其非均匀性较强, P₀ 输运修正得到的结果误差较大, 其他的输运修正方法计算结果相当。但是从控制棒价值可以看出, 相比于其他的输运修正方法, Inflow 输运修正能够给出较好的计算结

果。

表 3-4 燃料组件控制棒价值计算结果

程序	输运近似	控制棒价值/pcm	绝对误差/pcm
MCNP6	-	-39672	3
NECP-CACTI	P ₁	-39913	-241
	P ₀	-37748	1924
	Outflow	-39518	154
	Inflow	-39645	27
	In+Outflow	-39525	147

除此之外，本文给出了采用功率权重的棒功率偏差以及最大相对偏差的计算结果，采用功率权重的棒功率偏差的计算方法如下：

$$PWD = \frac{\sum_i |e_i| p_i^{\text{Ref}}}{\sum_i p_i^{\text{Ref}}} \quad (3-48)$$

式中， p_i^{Ref} 为参考解给出的棒功率， e_i 为计算得到的棒功率与参考解的相对偏差。

表 3-5 不带控制棒燃料组件棒功率计算结果

程序	输运近似	PWD/%	最大偏差/%
MCNP6	-	0.04	0.06
NECP-CACTI	P ₁	0.18	-0.42
	P ₀	0.27	0.85
	Outflow	0.15	0.38
	Inflow	0.18	0.45
	In+Outflow	0.16	0.38

表 3-6 带控制棒燃料组件棒功率计算结果

程序	输运近似	PWD/%	最大偏差/%
MCNP6	-	0.05	0.06
NECP-CACTI	P ₁	0.65	-1.21
	P ₀	2.13	3.95
	Outflow	0.64	1.23
	Inflow	0.66	1.20
	In+Outflow	0.64	1.25

从上述结算结果中可以看出，P₀ 输运近似得到棒功率误差较大，其他的输运修正方法计算得到棒功率精度相当。综合特征值与棒功率的计算结果可以看出，Inflow 输运修正能够得到较好的计算结果。

3.3.3 B&W 基准题计算结果

本文还分析了 B&W 1484 I 基准题^[40]，相对于传统的压水堆而言，该基准题是一个 1/4 堆芯尺寸不超过 40cm 的沸水堆实验基准题，该堆芯的材料和几何尺寸参见附录。对于该实验基准题，由于堆芯周围围有大量的慢化剂材料，中子泄漏以及各向异性散

射相对于传统的燃料组件来说较为强烈。表 3-7 和表 3-8 给出了 B&W1484 I 实验基准题特征值与棒功率的计算结果，参考解由 MCNP6 提供。

表 3-7 B&W 1484 I 特征值计算结果

程序	输运近似	k_{eff}	相对偏差/pcm
MCNP6		1.01567	2
NECP-CACTI	P ₁	1.01693	124
	P ₀	1.11195	9479
	Outflow	1.00513	-1038
	Inflow	1.01564	-3
	In+Outflow	1.01710	141

表 3-8 B&W 1484 I 棒功率计算结果

程序	输运近似	PWD /%	最大偏差/%
MCNP6	-	0.03	0.04
NECP-CACTI	P ₁	0.92	2.13
	P ₀	3.07	8.84
	Outflow	0.84	1.95
	Inflow	0.94	2.10
	In+Outflow	0.87	1.99

从上述计算结果中可以看出，P₀ 输运近似无论是特征值还是棒功率的计算，都给出了较大的误差；该问题具有较强的中子泄漏，Outflow 输运修正计算得到的特征值误差较大，Inflow 输运修正无论是在特征值还是在棒功率上都能够得出较好的计算结果。

3.4 本章小结

本章推导了输运修正方法的理论模型，编制了输运修正计算方法模块，采用一定的技巧保证了出现负自散射截面时，输运修正计算以及 MOC 输运计算的收敛。并选取了典型的基准题对输运修正模块进行验证分析。得出的主要结论如下：

- 1) 3 种典型的输运修正方法中，Inflow 输运修正的近似最少，其次是 Outflow 输运修正，最后是 P₀ 输运修正；
- 2) 与其他输运修正方法相比，采用 Inflow 输运修正能够得到更精确的计算结果，尤其是针对于高泄漏问题。

4 组件程序 NECP-CACTI 的模块研究与改进

4.1 棒功率计算方法

在反应堆物理计算中，组件计算需要给出组件内单棒的功率分布形状因子，以便于在堆芯计算过程中进行精细功率重构以及其在在线监测中的应用。本文研究发现，传统的棒功率计算方法一般对俘获释热采用经验修正的近似计算，虽然在传统的燃料组件计算中近似比较小，但在含有可燃毒物的燃料组件计算中会产生较大的误差。因此，本文针对燃料组件的功率计算提出了一种改进的功率计算方法。

4.1.1 传统方法

在反应堆中能量释放主要来自于重核素的裂变反应，以及发生俘获反应释放的能量^[1]。根据结合能的公式可以算出，²³⁵U 裂变一次大约释放 200MeV 的能量，能量的大致分配方式见表 4-1，可见裂变碎片的动能约占总能量释放的 80%。由于中微子的质量很小，几乎为零，在堆内几乎不与任何物质发生相互作用，所以中微子的能量是无法利用的。裂变中子与堆内材料发生辐射俘获反应，会释放出 3-12MeV 的能量，这部分能量可以被利用，实际的反应堆中辐射俘获释热是一个与核素和其位置相关的量，计算起来比较复杂，这部分能量常常被采用近似的方法归为裂变能量^[1]。

表 4-1 ²³⁵U 核裂变释放的能量分布

能量形式	能量/MeV
裂变碎片的动能	168
裂变中子的动能	5
瞬发能量	7
裂变产物 γ 衰变-缓发 γ 能量	7
裂变产物 β 衰变-缓发 β 能量	8
中微子能量	12
合计	207

反应堆中的传统的单棒功率计算采用式 (4-1)：

$$P_m = V_m \sum_i \sum_g \kappa_i \sigma_{f,i}^g \phi_{m,g} N_{m,i} \quad (4-1)$$

式中， P_m 为燃料棒区域 m 的线功率； V_m 为单位长度燃料棒 m 的体积； κ_i 为重核素 i 平均每次裂变释放能量； $\sigma_{f,i}^g$ 为重核素 i 的 g 群微观裂变截面； $\phi_{m,g}$ 为燃料棒 m 的第 g 群中子通量密度； $N_{m,i}$ 为燃料棒 m 内重核素 i 的原子核密度。

根据式 (4-1) 可知, 当已知各个核素的多群微观裂变截面、中子通量密度以及核素对应的原子核密度之后, 单棒功率即可得到。但是需要特别注意的是, 重核素 i 平均每次裂变产生的能量释放 κ_i , 它是一个与裂变核素相关的量, 在多群数据库中得到的 κ_i 是一个总的能量释放, 它所包含的实际能量释放为由该核素发生裂变释放的能量以及中子与该核素裂变之后产生的中子发生俘获反应释放能量的平均值^[41]。总的能量释放 κ_i 的计算方法为:

$$\kappa_i = W_{\text{fiss},i} + W_{n,i} + Q_{c,i} \quad (4-2)$$

$$Q_{c,i} = (\nu_i - 1)\bar{Q} \quad (4-3)$$

$$\bar{Q} = \frac{\sum_j N_j \sigma_{c,j} \Phi q_j}{\sum_j N_j \sigma_{c,j} \Phi} \quad (4-4)$$

式中, $W_{\text{fiss},i}$ 为核素 i 发生裂变释放的能量; $W_{n,i}$ 为核素 i 的平均入射中子能量; $Q_{c,i}$ 为核素 i 每次裂变引起的发生辐射俘获反应的能量释放。 ν_i 为核素 i 平均裂变中子数; \bar{Q} 为堆芯内平均每次辐射俘获释放能量; N_j 为核素 j 的原子核密度; $\sigma_{c,j}$ 为核素 j 的单群微观俘获截面; Φ 为堆芯内平均单群通量; q_j 为核素 j 的每次辐射俘获释放能量。

至此, 燃料的宏观释热截面可以表示为:

$$\kappa \Sigma_{f,m,g} = \sum_{i \in m} N_i \kappa_i \sigma_{f,i,g} \quad (4-5)$$

式中, $\kappa \Sigma_{f,m,g}$ 为区域 m 第 g 能群的宏观中子产生截面; N_i 为核素 i 的原子核密度; κ_i 为核素 i 的总能量释放; $\sigma_{f,i,g}$ 为核素 i 第 g 能群的微观中子裂变截面。

从堆芯内平均每次辐射俘获释放能量的计算公式看出, \bar{Q} 是一个与材料和中子通量密度等信息相关的量, 相关文献根据堆型的不同计算了在典型工况下的 \bar{Q} 值, 并通过数值计算表明, 该近似在传统的 UO_2 燃料组件的棒功率计算中误差较小。但是这个 \bar{Q} 值只是针对传统的压水堆燃料组件中所包含的核素成分进行估计得到的, 并没有包含可燃毒物等的俘获释热, 因而在带有可燃毒物的棒功率计算中仍然采用传统的功率计算方法会带来较大的偏差。

4.1.2 改进方法

本文在统计总的能量释放的时候, 舍弃掉发生辐射俘获反应引起的能量释放, 即:

$$\kappa'_i = W_{\text{fiss},i} + W_{n,i} \quad (4-6)$$

新的总能量释放只包括了发生裂变引起的能量释放以及入射中子的能量, 在实际计算的时候, 某一个燃耗点下每个材料区域的核素信息是根据燃耗计算求得的, 那么燃料组件内每个棒位置的能量释放包括发生裂变反应的能量释放以及发生辐射俘获反

应的能量释放，即宏观释热截面可以表示为：

$$\kappa\Sigma'_{f,m,g} = \sum_{i \in m} \kappa'_i N_i \sigma_{f,i,g} + \sum_{i \in m} q_i N_i \sigma_{c,i,g} \quad (4-7)$$

式中， κ'_i 为不包含俘获释热的能量释放； $W_{fiss,i}$ 为核素 i 发生裂变释放的能量； $W_{n,i}$ 为核素 i 的平均入射中子能量； N_i 为核素 i 的原子核密度； $\kappa\Sigma'_{f,m,g}$ 为区域 m 的第 g 群宏观释热截面； $\sigma_{f,i,g}$ 为核素 i 的第 g 群微观裂变截面； $\sigma_{c,i,g}$ 为核素 i 的第 g 群微观俘获截面； q_i 为核素 i 每次辐射俘获能量释放。

得到精确的宏观释热截面之后，燃料组件内的棒功率便可采用下式得到：

$$P_m = \sum_{j \in m} \sum_g \kappa\Sigma'_{f,j,g} \phi_{j,g} V_j \quad (4-8)$$

通过 (4-8) 计算得到的棒功率比传统的燃料组件棒功率计算方法更精确，因为这种方法较精确地考虑了当前状态点下燃料棒内所有核素发生裂变或者俘获反应的能量释放。

4.1.3 棒功率计算数值验证

本文对改进的燃料组件棒功率的计算方法进行了验证分析，选取了大亚湾 3.1% 富集度的两种类型的燃料组件进行功率计算，大亚湾燃料组件的材料与几何详细信息参见附录 A，参考解来自于 CASMO4 组件程序和 APOLLO2 组件程序的功率分布。对两种燃料组件分别进行燃耗计算，选取 0GWd/tU 燃耗深度以及 40GWd/tU 燃耗深度下的棒功率分布进行比较分析。针对大亚湾不含 Gd 棒的燃料组件，从图 4-1 和图 4-2 可以看出，0GWd/tU 燃耗深度下与 CASMO4 计算结果相比较，棒功率的最大偏差为 2.49%；40GWd/tU 燃耗深度下与 CASMO4 计算结果相比较，棒功率的最大偏差为 1.68%。证明本文开发的棒功率计算功能正确。针对大亚湾含 12 根 Gd 棒的燃料组件，本文分别给出了 CASMO4 组件程序以及 APOLLO2 组件程序对该问题的棒功率计算结果，图 4-3 和图 4-4 中 Error1 和 Error2 分别表示 NECP-CACTI 与 CASMO4 和 APOLLO2 的相对偏差，从图 4-3 和图 4-4 可以看出，0GWd/tU 燃耗深度下，与 CASMO4 组件程序相比较，含有 Gd 的燃料棒棒功率相差较大，分别为 87.26% 和 81.70%；与 APOLLO2 组件程序相比较，含有 Gd 棒的燃料棒棒功率相差较小，分别为 0.70% 和 1.86%。其原因是 CASMO4 并没有严格考虑含 Gd 燃料棒中可燃毒物的俘获释热。而 NECP-CACTI 严格考虑了材料中所有核素发生裂变以及俘获反应的释热。因此 NECP-CACTI 能够精确的计算出含有 Gd 棒位置燃料棒的功率。40GWd/tU 燃耗深度下，含 Gd 燃料棒中的可燃毒物已经消耗殆尽，NECP-CACTI 计算结果与 CASMO4 的最大相对偏差为 1.63%，与 APOLLO2 的最大相对偏差为 1.79%。

4 组件程序 NECP-CACTI 的模块研究与改进

		CASMO4 NECP-CACTI		Error				
1.026	1.002							
1.035	1.011							
0.85%	0.88%							
1.026	1.002	1.003						
1.035	1.012	1.009						
0.83%	0.96%	0.62%						
	1.025	1.027						
	1.036	1.037						
	1.08%	0.94%						
1.024	1.002	1.004	1.033	1.024				
1.033	1.009	1.011	1.041	1.029				
0.87%	0.71%	0.74%	0.78%	0.44%				
1.021	1.000	1.002	1.033	1.039				
1.029	1.005	1.009	1.041	1.047				
0.83%	0.54%	0.70%	0.73%	0.72%				
	1.019	1.020		1.029	1.012	0.978		
	1.023	1.027		1.033	1.015	0.974		
	0.41%	0.66%		0.37%	0.31%	-0.43%		
1.010	0.991	0.990	1.010	0.987	0.970	0.957	0.952	
1.009	0.989	0.989	1.010	0.986	0.966	0.951	0.944	
-0.10%	-0.22%	-0.12%	0.02%	-0.08%	-0.40%	-0.68%	-0.87%	
0.987	0.984	0.984	0.985	0.978	0.971	0.964	0.965	0.977
0.979	0.975	0.976	0.977	0.967	0.958	0.948	0.945	0.953
-0.85%	-0.90%	-0.83%	-0.83%	-1.17%	-1.34%	-1.67%	-2.10%	-2.49%

图 4-1 大亚湾不含 Gd 棒燃料组件 0 GWd/tU 下功率分布的比较

		CASMO4 NECP-CACTI		Error				
1.012	1.002							
1.016	1.005							
0.38%	0.28%							
1.012	1.001	1.002						
1.018	1.005	1.001						
0.55%	0.44%	-0.10%						
	1.011	1.012						
	1.021	1.021						
	1.03%	0.93%						
1.011	1.001	1.002	1.014	1.015				
1.018	1.002	1.005	1.022	1.011				
0.70%	0.07%	0.34%	0.74%	-0.40%				
1.011	1.000	1.001	1.014	1.022				
1.020	0.999	1.004	1.021	1.029				
0.89%	-0.06%	0.28%	0.65%	0.64%				
	1.009	1.009		1.018	1.006	0.990		
	1.011	1.020		1.021	1.008	0.983		
	0.24%	1.10%		0.34%	0.18%	-0.67%		
1.004	0.995	0.995	1.004	0.993	0.980	0.974	0.971	
1.006	0.992	0.993	1.007	0.997	0.980	0.972	0.973	
0.16%	-0.31%	-0.24%	0.26%	0.36%	0.02%	-0.18%	0.25%	
0.995	0.994	0.994	0.994	0.991	0.987	0.985	0.984	0.994
0.989	0.987	0.991	0.988	0.980	0.978	0.968	0.969	0.979
-0.59%	-0.69%	-0.32%	-0.64%	-1.09%	-0.96%	-1.68%	-1.56%	-1.49%

图 4-2 大亚湾不含 Gd 棒燃料组件 40 GWd/tU 下功率分布的比较

		CASMO4 APOLLO2 NECP-CACTI						
		Error1						
		Error2						
1.133	1.104							
1.093	1.085							
1.140	1.109							
0.58%	0.47%							
4.26%	2.23%							
1.122	1.092	1.079						
1.106	1.085	1.077						
1.127	1.098	1.081						
0.42%	0.51%	0.17%						
1.87%	1.16%	0.36%						
	1.094	1.080						
	1.079	1.076						
	1.099	1.083						
	0.44%	0.27%						
	1.84%	0.64%						
1.070	1.022	0.978	1.044	1.051				
1.060	1.013	0.960	1.024	1.047				
1.074	1.022	0.976	1.044	1.048				
0.33%	0.04%	-0.20%	-0.02%	-0.30%				
1.27%	0.93%	1.68%	1.94%	0.08%				
1.047	0.972	0.175	1.000	1.061				
1.053	0.958	0.330	0.975	1.070				
1.047	0.967	0.328	0.996	1.059				
0.04%	-0.53%	87.26%	-0.37%	-0.16%				
-0.53%	0.93%	-0.70%	2.18%	-1.00%				
	1.042	0.997		1.058	0.980	0.175		
	1.026	0.977		1.064	0.964	0.324		
	1.039	0.995		1.054	0.977	0.318		
	-0.32%	-0.24%		-0.42%	-0.29%	81.70%		
	1.24%	1.80%		-0.98%	1.36%	-1.86%		
1.081	1.056	1.045	1.069	1.039	0.990	0.930	0.971	
1.075	1.053	1.051	1.067	1.035	0.977	0.919	0.966	
1.075	1.048	1.037	1.061	1.032	0.980	0.917	0.957	
-0.55%	-0.78%	-0.77%	-0.71%	-0.70%	-1.06%	-1.41%	-1.45%	
0.00%	-0.49%	-1.33%	-0.53%	-0.31%	0.26%	-0.23%	-0.94%	
1.074	1.069	1.064	1.063	1.047	1.027	1.010	1.020	1.046
1.067	1.070	1.066	1.058	1.043	1.024	1.016	1.020	1.045
1.059	1.054	1.049	1.048	1.030	1.007	0.985	0.993	1.014
-1.42%	-1.44%	-1.37%	-1.44%	-1.66%	-1.90%	-2.44%	-2.64%	-3.05%
-0.77%	-1.53%	-1.56%	-0.98%	-1.29%	-1.62%	-3.02%	-2.64%	-2.96%

图 4-3 大亚湾含 Gd 棒燃料组件 0 GWd/tU 下功率分布的比较

		CASMO4		APOLLO2		NECP-CACTI			
		Error1		Error2					
1.017	1.007								
1.006	1.004								
1.020	1.009								
0.32%	0.25%								
1.44%	0.52%								
1.018	1.007	1.009							
1.012	1.007	1.009							
1.023	1.011	1.007							
0.47%	0.39%	-0.16%							
1.11%	0.34%	-0.20%							
	1.019	1.020							
	1.015	1.017							
	1.029	1.030							
	0.94%	0.94%							
	1.35%	1.26%							
1.019	1.011	1.016	1.026	1.025					
1.017	1.014	1.018	1.023	1.021					
1.027	1.012	1.019	1.041	1.021					
0.74%	0.11%	0.32%	1.48%	-0.41%					
0.95%	-0.22%	0.09%	1.79%	0.01%					
1.021	1.014	0.804	1.028	1.033					
1.017	1.017	0.809	1.025	1.024					
1.030	1.014	0.801	1.035	1.039					
0.89%	-0.04%	-0.39%	0.67%	0.56%					
1.29%	-0.32%	-1.07%	0.99%	1.48%					
	1.019	1.023		1.029	1.020	0.792			
	1.016	1.020		1.019	1.017	0.796			
	1.022	1.034		1.031	1.022	0.780			
	0.27%	1.05%		0.23%	0.22%	-1.48%			
	0.54%	1.37%		1.25%	0.54%	-1.97%			
1.011	1.003	1.003	1.012	1.002	0.991	0.988	0.982		
1.011	1.006	1.006	1.011	1.005	1.000	0.998	0.993		
1.013	0.999	1.001	1.015	1.005	0.991	0.987	0.985		
0.16%	-0.35%	-0.22%	0.25%	0.30%	0.02%	-0.08%	0.30%		
0.20%	-0.65%	-0.55%	0.39%	0.04%	-0.91%	-1.12%	-0.76%		
1.001	1.000	1.000	1.001	0.998	0.995	0.994	0.993	1.001	
1.003	1.003	1.002	1.002	1.000	0.997	0.994	0.993	0.997	
0.995	0.993	0.997	0.994	0.988	0.986	0.978	0.977	0.987	
-0.57%	-0.66%	-0.26%	-0.66%	-1.04%	-0.89%	-1.63%	-1.57%	-1.38%	
-0.73%	-0.93%	-0.49%	-0.72%	-1.24%	-1.10%	-1.66%	-1.59%	-0.94%	

图 4-4 大亚湾含 Gd 棒燃料组件 40 GWd/tU 下功率分布的比较

上述计算结果证明本文提出的改进燃料组件棒功率计算方法正确，能够用于各种类型燃料组件在不同燃耗深度下的单棒功率的计算，从而可以为后续的堆芯计算提供正确的形状因子。

4.2 泄漏修正计算方法

实际的反应堆中不管是径向还是轴向都存在着中子的泄漏，因此真实燃料组件的空间能谱需要精确地求解三维真实的全堆芯中子输运得到，由于受到存储和计算效率的限制，这种做法是不太现实的。由于燃料组件计算的时候通常是二维的，四周为全反射边界条件，而该燃料组件在真实堆芯中的周围环境并不是全反射边界。所以需要燃料组件输运计算得到的通量进行修正以考虑径向和轴向泄漏的影响，这种做法通常被称为泄漏修正，有时候也被称为基模修正。鉴于实际运行的反应堆都处于临界状态，而且反应堆的临界能谱只和反应堆的几何曲率相关，和组件的几何形状关系并不大，所以一般的做法是将原组件均匀化得到的多群截面赋予一个假想的一维平板，以此保证两者的材料曲率相同。临界能谱是材料曲率等于几何曲率时的能谱，如果一维平板和原组件都达到临界，那么其两者的几何曲率也保持一致，这时计算得到临界能谱便是原组件的渐进能谱^[1,42,43]。

4.2.1 泄漏修正方法的理论模型

一维的中子输运方程可以表示如下：

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \Psi(z, \mu, E)}{\partial z} + \Sigma_t(E) \Psi(z, \mu, E) = \\ \frac{1}{4\pi} \iint \Sigma_s(\mu' \rightarrow \mu, E' \rightarrow E) \Psi(z, \mu', E') d\mu' dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi k_{\text{eff}}} \iint \nu \Sigma_f(E) \Psi(z, \mu, E) d\mu dE \end{aligned} \quad (4-9)$$

一维均匀问题中子通量的空间分布满足波动方程，并假设中子角通量密度的空间变量和能量变量能够分离变量：

$$\nabla^2 \phi(z) + B^2 \phi(z) = 0 \quad (4-10)$$

则 (4-9) 中的中子角通量可以表示成：

$$\Psi(z, \mu, E) = \psi(\mu, E) e^{\pm iBz} \quad (4-11)$$

将 (4-11) 代入 (4-9) 并整理可以得到：

$$\begin{aligned} (\Sigma_t(E) \pm iB\mu) \psi(\mu, E) = \frac{1}{4\pi} \iint \Sigma_s(\mu' \rightarrow \mu, E' \rightarrow E) \psi(\mu', E') d\mu' dE' + \\ \frac{\chi(E)}{4\pi k_{\text{eff}}} \iint \nu \Sigma_f(E) \psi(\mu, E) d\mu dE \end{aligned} \quad (4-12)$$

对 (4-12) 两端同时除以 $(\Sigma_t(E) \pm iB\mu)$ ，然后将 $\psi(\mu, E)$ 的角度变量进行勒让德多项式展开，然后两端同时乘以 $P_l(\mu)$ 再关于 μ 积分可得：

$$\pm iBJ(E) + \Sigma_t(E)\varphi(E) = \int \Sigma_{s_0}(E' \rightarrow E)\varphi(E')dE' + \frac{\chi(E)}{k_{\text{eff}}} \int v\Sigma_f(E')\varphi(E')dE' \quad (4-13)$$

$$\pm \frac{iB}{3}\varphi(E) + \gamma(B, E)\Sigma_t(E)J(E) = \int \Sigma_{s_1}(E' \rightarrow E)J(E')dE' \quad (4-14)$$

其中:

$$\gamma(B, E) = \begin{cases} \frac{x^2 \tan^{-1}(x)}{3(x - \tan^{-1}(x))}, x^2 = (B / \Sigma_t(E))^2 > 0 \\ \frac{x^2}{3} \left(\frac{1 - (x^2/3 - x^4/5 + x^6/7)}{x^2/3 - x^4/5 + x^6/7} \right), x^2 = (B / \Sigma_t(E))^2 \approx 0 \\ \frac{1}{3} x^2 \left(\frac{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x} \right), x^2 = -(B / \Sigma_t(E))^2 > 0 \end{cases} \quad (4-15)$$

将 (4-13) (4-14) 写成多群形式为:

$$\pm iBJ_g + \Sigma_{t,g}\varphi_g = \sum_{g'} \Sigma_{s_0,g' \rightarrow g}\varphi_{g'} + \frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'} v\Sigma_{f,g'}\varphi_{g'}, \quad (4-16)$$

$$\pm \frac{iB}{3}\varphi_g + \gamma(B, g)\Sigma_{t,g}J_g = \sum_{g'} \Sigma_{s_1,g' \rightarrow g}J_{g'}, \quad (4-17)$$

其中:

$$\gamma(B, g) = \begin{cases} \frac{x^2 \tan^{-1}(x)}{3(x - \tan^{-1}(x))}, x^2 = (B / \Sigma_{t,g})^2 > 0 \\ \frac{x^2}{3} \left(\frac{1 - (x^2/3 - x^4/5 + x^6/7)}{x^2/3 - x^4/5 + x^6/7} \right), x^2 = (B / \Sigma_{t,g})^2 \approx 0 \\ \frac{1}{3} x^2 \left(\frac{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x} \right), x^2 = -(B / \Sigma_{t,g})^2 > 0 \end{cases} \quad (4-18)$$

泄漏修正计算过程中对右端源项进行归一化:

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'} v\Sigma_{f,g'}\varphi_{g'} = 1 \quad (4-19)$$

方程 (4-17) 中的中子流密度可以表示为:

$$J_g = \mp iBD_g\varphi_g \quad (4-20)$$

对上述 B1 方程进行实际求解时, 每次迭代过程中同时更新 D_g 和 φ_g 。

当 (4-17) 式中的 $\gamma(B, g)$ 的值为 1 时, 上述方程则变为 P1 方程。

对于给定几何曲率 B^2 , 通过求解 (4-16) (4-17) 得到给定几何曲率下的中子能谱, 给定几何曲率下的有效增殖因子通过归一化公式 (4-19) 得到。

对于临界搜索计算, 每一次迭代计算得到 $J_g, \varphi_g, k_{\text{eff}}$ 之后, 通过 (4-21) 更新几何曲率使得有效增殖因子达到 1.0 为止, 这是得到的曲率为临界曲率, 求得的中子能谱为临界能谱。

$$B^{i+1} = B^{i-1} + (1 - \frac{1}{k^{i-1}}) \frac{B^i - B^{i-1}}{\frac{1}{k^i} - \frac{1}{k^{i-1}}} \quad (4-21)$$

得到临界能谱后, 对输运计算得到的中子通量密度进行修正:

$$\bar{\phi}_{i,g} = \phi_{i,g} \frac{\varphi_g^c}{\varphi_g} \quad (4-22)$$

式中, $\bar{\phi}_{i,g}$ 为修正后的细群细区中子通量密度; $\phi_{i,g}$ 为修正前的细群细区中子通量密度; φ_g^c 为泄漏修正计算的临界能谱; $\bar{\varphi}_g$ 为输运计算后均匀得到的单区多群通量。

得到的修正之后的细群细区的中子通量密度用于组件程序后续的功率计算, 少群常数的计算以及燃耗求解中反应率的计算。值得注意的是, 传统的组件均匀化中不连续因子的计算公式为:

$$f = \frac{\phi_{\text{het}}^s}{\bar{\phi}_{\text{het}}} \quad (4-23)$$

式中, ϕ_{het}^s 为输运计算得到的非均匀的面通量, $\bar{\phi}_{\text{het}}$ 为输运计算得到的非均匀的体积平均通量, 这里的非均匀的体积平均通量应该用泄漏修正之前的通量。

4.2.2 泄漏修正数值验证

本文根据上述理论模型编制了 NECP-CACTI 的泄漏修正模块, 泄漏修正模块包括以下三方面的功能:

- 1) 不进行泄漏修正, 计算无限增殖因子;
- 2) 给定曲率, 采用 P1 或者 B1 方法计算给定曲率下的有效增殖因子以及中子能谱;
- 3) 临界搜索, 采用 P1 或者 B1 方法计算临界曲率下的中子能谱。

本文运用 NECP-CACTI 计算 JAEA 研究机构发布的 UO_2 单栅元基准问题, 以 CASMO4 组件程序计算得到的结果作为参考结果, 比较了泄漏修正前的多群截面、泄漏修正之后的能谱、临界曲率、徙动面积以及少群群常数等。

1) 输运截面和临界能谱的比较

本文比较了 JAEA 发布的 UO_2 单栅元基准题中输运计算之后的燃料、包壳以及慢化剂区域的输运截面以及泄漏修正之后的各个区域的中子能谱。如图 4-5 至图 4-10 所示。

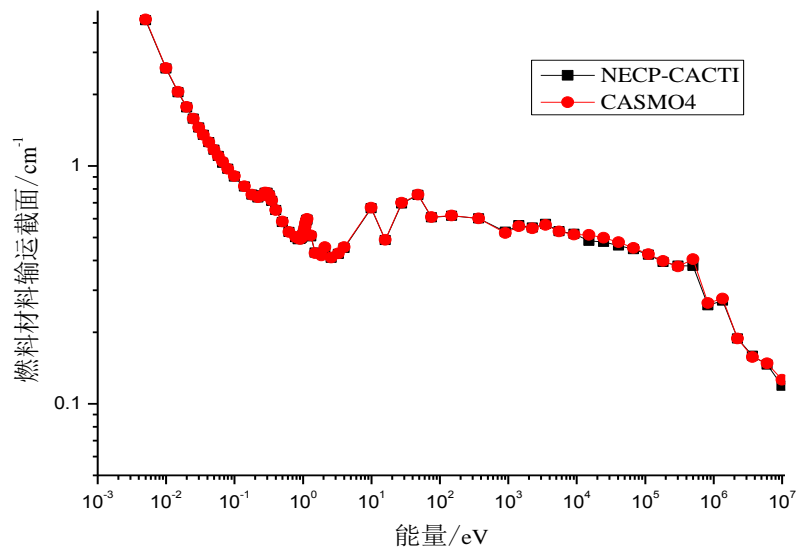


图 4-5 燃料材料运输截面的比较

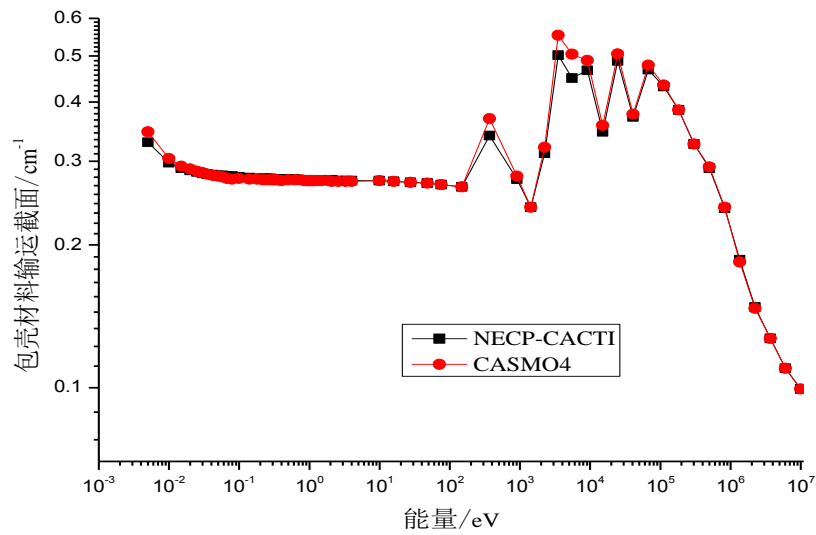


图 4-6 包壳材料运输截面的比较

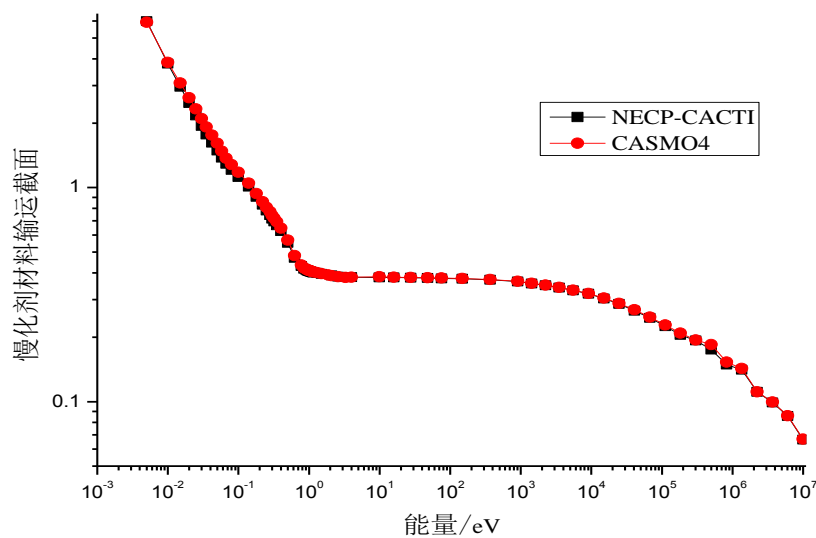


图 4-7 慢化剂材料运输截面的比较

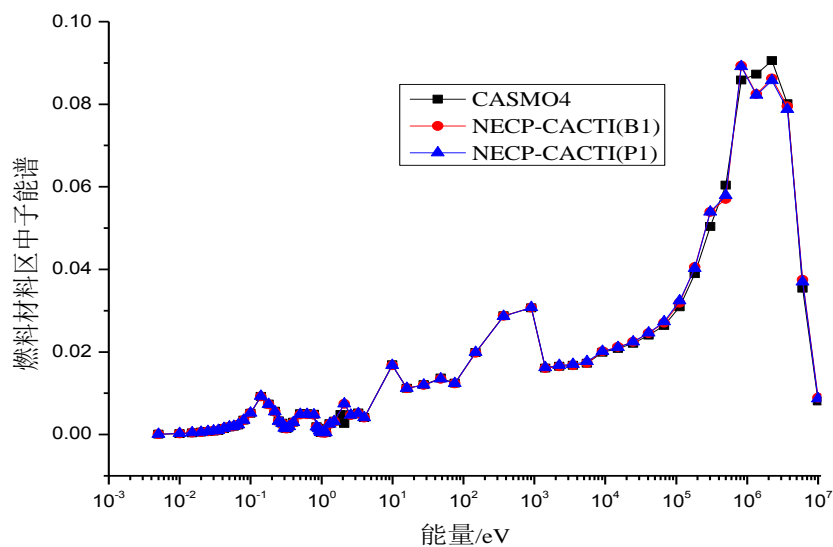


图 4-8 泄漏修正后燃料区能谱的比较

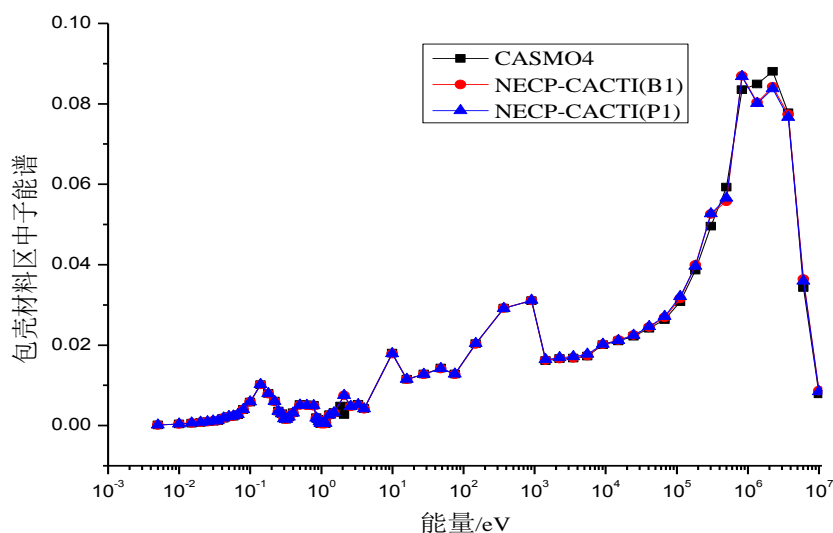


图 4-9 泄漏修正后包壳区能谱的比较

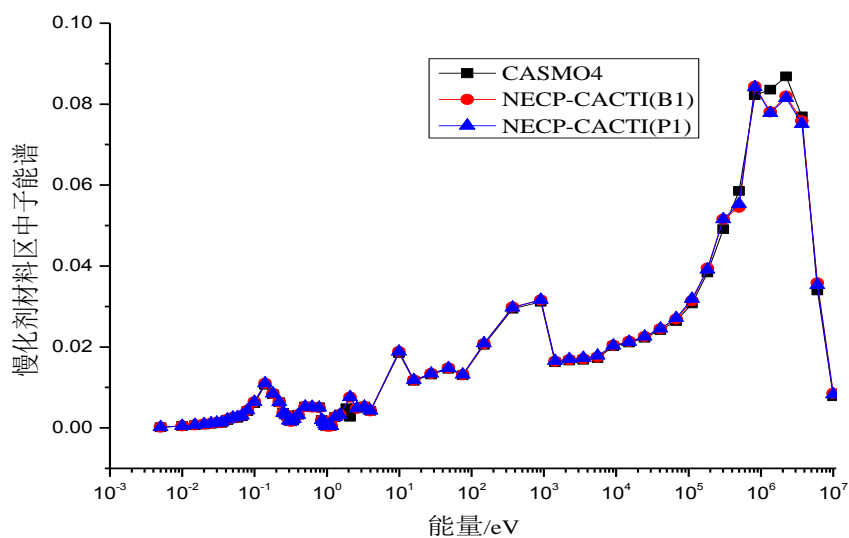


图 4-10 泄漏修正后慢化剂区能谱的比较

从上述结果可以看出，NECP-CACTI 输运计算得到的输运截面与泄漏修正之后的中子能谱都与 CASMO4 计算得到结果吻合良好，证明 NECP-CACTI 泄漏修正模块开发正确。

2) 临界曲率和徙动面积的比较

除此之外，本文还比较了该单栅元问题计算得到的临界曲率和徙动面积的比较，徙动面积的计算公式为：

$$M^2 = \frac{k_{\text{inf}} - 1}{B_g^2} \quad (4-24)$$

表 4-2 JAEA 单栅元临界曲率和徙动面积与 CASMO4 的比较

程序	CASMO4	NECP-CACTI (B1)	NECP-CACTI (P1)	相对误差 (B1)	相对误差 (P1)
k_{inf}	1.41108	1.41124	1.41124	0.011%	0.011%
临界曲率/cm ⁻²	6.19E-03	6.46E-03	6.16E-03	4.410%	-0.436%
M^2 (徙动面积)/cm ²	66.4	63.6	66.7	-4.217%	0.452%

从上表中可以看出，NECP-CACTI 计算得到的无限增殖因子与 CASMO4 的相对偏差为 11pcm。CASMO4 采用的泄漏修正方法为 P1 方法，NECP-CACTI 采用 B1 方法计算得到的临界曲率与徙动面积的相对偏差大约为 5%，采用 P1 方法计算得到的临界曲率与徙动面积的相对偏差在 0.5% 以下。

3) 少群群常数的比较

泄漏修正最终会影响少群群常数的计算，所以本文也比较了 JAEA 发布的 UO₂ 单栅元基准题的少群群常数，参考解为 CASMO4 的计算结果。

从表 4-3 计算结果可以看出，NECP-CACTI 采用 B1 和 P1 泄漏修正方法计算得到的少群截面与 CASMO4 计算得到的结果相当，绝大多数少群截面的相对偏差在千分位，只有热群扩散系数的相对偏差大约为 2%。

表 4-3 JAEA 单栅元均匀化少群群常数计算结果

程序	CASMO4		相对误差(B1)		相对误差(P1)	
	g=1	g=2	g=1	g=2	g=1	g=2
扩散系数：	1.46E+00	4.12E-01	0.54%	2.28%	0.33%	2.27%
吸收截面：	1.18E-02	1.38E-01	-0.24%	0.68%	0.03%	0.69%
中子产生截面：	1.12E-02	2.60E-01	0.17%	0.50%	0.26%	0.51%
裂变截面：	4.47E-03	1.07E-01	-0.25%	0.22%	-0.12%	0.23%
出散射截面：	1.15E-02	2.99E-03	0.24%	-0.46%	0.74%	-0.49%

4.3 动力学参数计算方法

组件计算需要为堆芯提供必需的动力学参数，具体的参数包括分组缓发中子产额、分组缓发中子衰变常数以及中子速率等。

4.3.1 动力学参数计算方法的理论模型

根据瞬态中子扩散方程可以得到分组平均的缓发中子份额的计算公式：

$$\beta_l = \sum_m \sum_g \frac{\beta_{m,l,g} NUFISS_{m,g}}{NUFISS} \quad (4-25)$$

$$NUFISS_{m,g} = \sum_i \nu \sigma_{f,i,m,g} V_i \Phi_{i,g} N_{i,m} \quad (4-26)$$

$$NUFISS = \sum_m \sum_g NUFISS_{m,g} \quad (4-27)$$

式中， $\beta_{m,l,g}$ 为 m 裂变核素 g 能群的 l 组缓发中子份额（从评价库中加工得到）； $NUFISS_{m,g}$ 为 m 裂变核素 g 能群宏观产生反应率； $\nu \sigma_{f,i,m,g}$ 为 m 裂变核素 g 能群 i 区域微观产生截面； V_i 为 i 区域的体积； $\Phi_{i,g}$ 为 i 区域 g 能群的中子通量密度； $N_{i,m}$ 为 i 区域 m 核素的原子核密度。

同样地，分组平均缓发中子衰变常数可以表示为：

$$\lambda_l = \frac{\sum_m \lambda_{m,l} \sum_g \beta_{m,l,g} NUFISS_{m,g}}{\beta_l NUFISS} \quad (4-28)$$

总的缓发中子份额以及总的衰变常数便可直接对各组进行求和得到：

$$\beta = \sum_l \beta_l, \lambda = \sum_l \lambda_l \quad (4-29)$$

分组有效缓发中子份额的计算方法表示如下：

$$\beta_{m,l} = \frac{\sum_g \beta_{m,l,g} NUFISS_{m,g}}{\sum_g NUFISS_{m,g}} \quad (4-30)$$

$$\beta_{\text{eff},l} = \frac{\sum_m (\sum_g \Phi_g^* \chi_{m,l,g}^d \beta_{m,l}) NUFISS_m}{\sum_m [(1 - \sum_l \beta_{m,l}) (\sum_g \Phi_g^* \chi_{m,g}^p) + \sum_l \beta_{m,l} (\sum_g \Phi_g^* \chi_{m,l,g}^d)] NUFISS_m} \quad (4-31)$$

式中， m 为裂变核素； Φ_g^* 为 g 能群共轭平均通量； $\chi_{m,l,g}^d$ 为 m 裂变核素 g 能群对应的 l 组的缓发中子裂变谱； $\chi_{m,g}^p$ 为 m 裂变核素 g 能群的瞬发中子裂变谱； $\beta_{m,l}$ 为 m 裂变核素的 l 组的平均中子份额。

关于中子速率的计算，本文首先根据中子能谱归并（这里的中子能谱为压水堆的典型能谱，可以从数据库中得到）：

$$\frac{1}{v_g} = \frac{\int_{\Delta E_g} \frac{1}{v(E)} \Phi(E) dE}{\int_{\Delta E_g} \Phi(E) dE} \quad (4-32)$$

求得多群形式的中子速率之后，计算与问题相关的中子速率，最常采用的计算方法为通量权重方法（这里的通量是求解相关问题计算得到的真实通量）。具体的计算公式见（4-33）至（4-34）：

$$\left(\frac{1}{v}\right)_G = \frac{\sum_{g \in G} \Phi_g \frac{1}{v_g}}{\sum_{g \in G} \Phi_g} \quad (4-33)$$

$$\left(\frac{1}{v}\right)_G = \frac{\sum_{g \in G} \Phi_g \frac{1}{v_g} \Phi_g^*}{\sum_{g \in G} \Phi_g \Phi_g^*} \quad (4-34)$$

共轭通量的计算需要求解共轭形式的基模修正方程：

$$\left[D_g B^2 + \Sigma_t \right] \Phi_g^* = \sum_{g'} \left[\frac{1}{k^*} \chi_{g'} v \Sigma_{f,g} + \Sigma_{g \rightarrow g'} \right] \Phi_{g'}^* \quad (4-35)$$

得到多群的共轭通量之后，采用通量作权重归并得到少群共轭通量：

$$\Psi_G^* = \frac{\sum_{g \in G} \Phi_g^* \Phi_g}{\sum_{g \in G} \Phi_g} \quad (4-36)$$

得到共轭通量之后，便可根据数据库中提供的相关信息计算有效缓发中子份额等动力学参数。

4.3.2 动力学参数的数值验证

本文将上述动力学参数计算方法在 NECP-CACTI 中实现，并分别计算了 JAEA 发布的 UO₂ 单栅元基准题以及大亚湾不含 Gd 棒燃料组件基准题，为了验证计算结果，本文采用 CASMO3^[4]和 CASMO4^[5]组件程序以及 Serpent 蒙卡程序计算了上述问题。

表 4-4 JAEA 单栅元 2 群共轭通量计算结果

	CACTI	CASMO3	CASMO4	Err_C3(%)	Err_C4(%)
G=1	9.74491E-01	9.75875E-01	9.74616E-01	-0.1418	-0.0128
G=2	1.28508E+00	1.26865E+00	1.28573E+00	1.2955	-0.0502

表 4-5 大亚湾燃料组件 2 群共轭通量计算结果

	CACTI	CASMO3	CASMO4	Err_C3(%)	Err_C4(%)
G=1	9.61227E-01	9.63406E-01	9.61460E-01	-0.1889	-0.0242
G=2	1.20196E+00	1.19237E+00	1.20172E+00	0.8042	0.0199

表 4-4 和表 4-5 给出了 JAEA 单栅元和大亚湾燃料组件 2 群共轭通量的计算结果，

Err_C3 和 Err_C4 分别代表 NECP-CACTI 与 CASMO3 和 CASMO4 计算结果的相对偏差。本文计算 JAEA 单栅元 2 群共轭通量计算结果与 CASMO3 的最大偏差大约为 1.3%，与 CASMO4 的最大偏差大约为 0.05%；大亚湾燃料组件 2 群共轭通量与 CASMO3 的最大偏差大约为 0.8%，与 CASMO4 的最大偏差大约为 0.02%。表 4-6 给出了两群中子速率（即 $1/\nu$ 截面）的计算结果，本文计算的结果与 CASMO3 的最大偏差为 3%，与 CASMO4 的最大偏差为 1%。存在差别的原因是 CASMO3、CASMO4 以及 NECP-CACTI 所采用的评价库的来源不同所致。结果表明 NECP-CACTI 针对共轭通量密度以及中子速率计算准确。

表 4-6 JAEA 单栅元 2 群 $1/\nu$ 截面计算结果

两群 $1/\nu$ 截面	通量权重		通量*共轭通量权重	
CASMO3	5.17E-08	2.16E-06	6.13E-08	2.16E-06
CASMO4	5.03E-08	2.14E-06	6.03E-08	2.15E-06
NECP-CACTI	5.03E-08	2.17E-06	6.03E-08	2.17E-06
Err_C3/%	-3	0	-2	0
Err_C4/%	0	1	0	1

表 4-7 JAEA 单栅元 6 组缓发中子份额计算结果

	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	总份额
CASMO3	2.56E-04	1.50E-03	1.36E-03	2.99E-03	1.04E-03	2.41E-04	7.39E-03
CASMO4	2.56E-04	1.50E-03	1.36E-03	2.99E-03	1.04E-03	2.41E-04	7.39E-03
Serpent	2.04E-04	1.11E-03	1.08E-03	3.15E-03	9.88E-04	3.35E-04	6.87E-03
NECP-CACTI	2.05E-04	1.13E-03	1.11E-03	3.24E-03	1.04E-03	3.48E-04	7.07E-03
Err_C3/%	-20	-25	-19	8	0	44	-4
Err_C4/%	-20	-25	-19	8	0	44	-4
Err_Serpent/%	0	2	2	3	6	4	3

表 4-8 JAEA 单栅元 6 组有效缓发中子份额计算结果

	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$	总份额
CASMO3	2.48E-04	1.45E-03	1.32E-03	2.90E-03	1.01E-03	2.34E-04	7.16E-03
CASMO4	2.48E-04	1.45E-03	1.32E-03	2.90E-03	1.01E-03	2.34E-04	7.16E-03
Serpent	2.07E-04	1.12E-03	1.06E-03	3.13E-03	1.00E-03	3.25E-04	6.85E-03
NECP-CACTI	1.98E-04	1.09E-03	1.07E-03	3.14E-03	1.01E-03	3.38E-04	6.85E-03
Err_C3/%	-20	-25	-19	9	0	45	-4
Err_C4/%	-20	-25	-19	9	0	45	-4
Err_Serpent/%	-4	-2	1	0	1	4	0

表 4-7 至表 4-9 列出了 JAEA 单栅元缓发中子份额、有效缓发中子份额以及衰变常数的计算结果，除了 CASMO3 和 CASMO4 的计算结果之外，本文还给出了 Serpent 蒙特卡洛的计算结果，从上述结果中可以看出，本文计算得到的各组缓发中子份额与 CASMO3 和 CASMO4 的最大偏差为 44%，各组有效缓发中子份额的最大偏差为 45%，各组衰变常数的最大偏差为 126%；而与 Serpent 相比，其相对偏差明显减少。究其原因，CASMO3 采用的评价库为 ENDF/B-IV，CASMO4 采用的评价库为 ENDF/B-VI.8，NECP-CACTI 和 Serpent 所采用的评价库为 ENDF/B-VII.0。

表 4-10 至表 4-13 列出了不同的评价库中核素相关的衰变常数以及缓发中子份额的比较, 可以发现, 其偏差是由于不同评价库中核素相关的动力学参数的差别所致。

表 4-9 JAEA 单栅元 6 组衰变常数计算结果

	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$
CASMO3	1.27E-02	3.18E-02	1.19E-01	3.17E-01	1.40E+00	3.92E+00
CASMO4	1.27E-02	3.18E-02	1.19E-01	3.17E-01	1.40E+00	3.92E+00
Serpent	1.25E-02	3.17E-02	1.10E-01	3.19E-01	1.35E+00	8.78E+00
NECP-CACTI	1.25E-02	3.17E-02	1.10E-01	3.20E-01	1.35E+00	8.87E+00
Err_C3/%	-2	0	-7	1	-4	126
Err_C4/%	-2	0	-7	1	-4	126
Err_Serpent/%	0	0	0	0	0	1

表 4-10 两种评价数据库中 ^{235}U 的衰变常数的比较

^{235}U 6 组衰变常数						
ENDF/B-VII.0	1.25E-02	3.18E-02	1.09E-01	3.17E-01	1.35E+00	8.64E+00
ENDF/B-VI.8	1.33E-02	3.27E-02	1.21E-01	3.03E-01	8.49E-01	2.85E+00
Error/%	7	3	10	-4	-37	-67

表 4-11 两种评价数据库中 ^{238}U 的衰变常数的比较

^{238}U 6 组衰变常数						
ENDF/B-VII.0	1.25E-02	3.03E-02	1.16E-01	3.41E-01	1.32E+00	9.98E+00
ENDF/B-VI.8	1.36E-02	3.13E-02	1.23E-01	3.24E-01	9.06E-01	3.05E+00
Error/%	9	4	6	-5	-31	-69

表 4-12 两种评价数据库中 ^{235}U 的缓发中子份额的比较

^{235}U 6 组缓发中子份额						
ENDF/B-VII.0	3.20E-02	1.66E-01	1.61E-01	4.60E-01	1.33E-01	4.72E-02
ENDF/B-VI.8	3.50E-02	1.81E-01	1.73E-01	3.87E-01	1.59E-01	6.64E-02
Error/%	9	9	7	-16	19	41

表 4-13 两种评价数据库中 ^{238}U 的缓发中子份额的比较

^{238}U 6 组缓发中子份额						
ENDF/B-VII.0	1.03E-02	1.15E-01	1.28E-01	4.52E-01	2.34E-01	6.17E-02
ENDF/B-VI.8	1.39E-02	1.13E-01	1.31E-01	3.85E-01	2.54E-01	1.03E-01
Error/%	35	-2	3	-15	9	67

4.4 探测器截面计算方法

压水堆组件程序出了要为堆芯计算提供所必需的均匀化参数外, 还需要提供探测器信息, 以便于在堆芯计算中计算探测器的响应值。

4.4.1 探测器截面的计算模型

探测器中的材料主要有两种, 一种为 ^{235}U , 还有一种为 ^{103}Rh 。探测器位置相应的微观截面表示为:

$$\sigma_{\text{center},h}^{\text{U}235} = \frac{\sum_{g \in h} \sigma_{f,g}^{\text{U}235} \Phi_{c,g}}{\sum_{g \in h} \Phi_{c,g}} \quad (4-37)$$

$$\sigma_{\text{center},h}^{\text{Rh}103} = \frac{\sum_{g \in h} \sigma_{a,g}^{\text{Rh}103} \Phi_{c,g}}{\sum_{g \in h} \Phi_{c,g}} \quad (4-38)$$

式中, $\Phi_{c,g}$ 为探测器位置处的多群通量; $\sigma_{a,g}^{\text{Rh}103}$ 为 ^{103}Rh 核素的多群微观吸收截面; $\sigma_{f,g}^{\text{U}235}$ 为 ^{235}U 核素的多群微观裂变截面。

4.4.2 探测器截面数值验证

本文选取了大亚湾不含 Gd 棒的燃料组件, 大亚湾燃料组件信息参见附录 A。计算了探测器位置的中子能谱以及 2 群群的探测器截面。

表 4-14 少群探测器截面计算结果

程序	^{235}U 微观裂变截面		^{103}Rh 微观吸收截面	
	g=1	g=2	g=1	g=2
CASMO4	9.205E+00	2.897E+02	3.199E+01	9.413E+01
NECP-CACTI	9.165E+00	2.937E+02	3.159E+01	9.372E+01
Error	-0.43%	1.37%	-1.27%	-0.43%

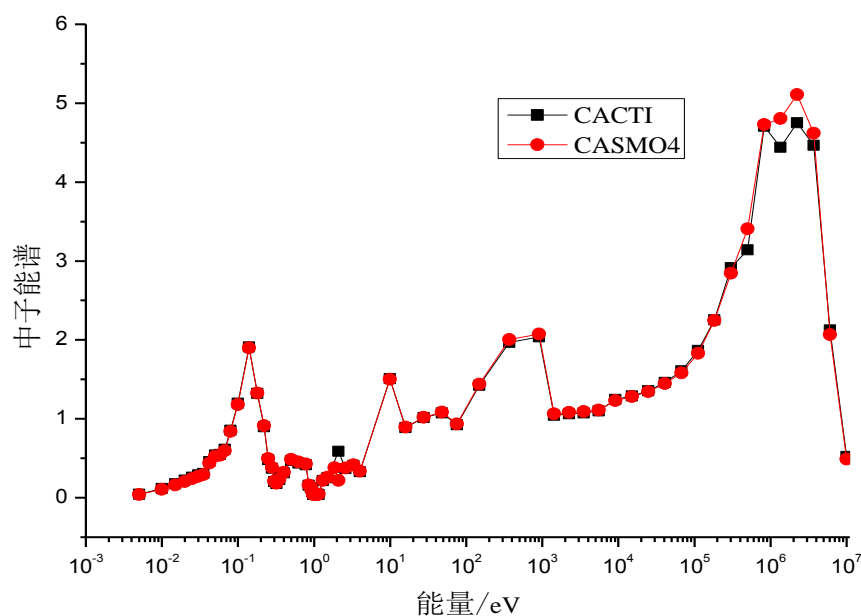


图 4-11 探测器位置处能谱

从图 4-11 可以看出, NECP-CACTI 和 CASMO4 计算得到的探测器位置的中子能谱吻合较好。表 4-14 可以看出, NECP-CACTI 计算得到的少群探测器截面和 CASMO4 计算得到探测器截面最大偏差大约为 1.37%。证明 CACTI 组件程序的探测器截面计算

功能正确。

4.5 本章小结

本章对 NECP-CACTI 的功能模块进行了研究，并开发了相应的计算程序，得到的主要结论如下：

- 1) NECP-CACTI 采用改进的棒功率计算方法能够得到更加精确的计算结果；
- 2) NECP-CACTI 泄漏修正模块模型正确，计算结果可靠；
- 3) NECP-CACTI 动力学参数计算和探测器计算模块模型正确，计算结果可靠。

5 组件燃耗计算方法研究与程序开发

由于真实反应堆中的燃料成分随着燃耗逐渐变化的，其反应率是一个连续变化的量。而燃耗方程中假设反应率在某一个燃耗步长内是一个常数，这种假设需要将燃耗步长划分得非常细密以至于燃耗步长的变化不会影响到计算结果。这样做会花费巨大的计算时间。为了克服计算效率的问题，提出了预估校正方法，在很好地保证了计算精度的前提下大大提高了计算效率。而针对可燃毒物的燃耗计算，又提出了改进的预估校正方法。本文首先在 NECP-CACTI 中实现了传统的预估校正方法及其改进方法^[44-46]，进而针对传统方法的缺陷开发了高阶燃耗计算方法^[47,48]。

5.1 预估校正方法

最经典的燃耗计算方法便是预估校正方法^[1]，其基本思想是假设当前燃耗步长内反应率与原子核密度是线性变化关系。

5.1.1 传统的预估校正方法

真正的燃耗计算中微观反应率是随时间变化的，需要在一定的燃耗步长内求解燃耗方程得到该燃耗步长末所有核素的原子核密度，由于求解燃耗方程的时候需要假定该燃耗步长内微观反应率不随时间变化（即它是一个常数），所以燃耗步长需要取得足够小，才能够保证计算的精度。早期的方法是将燃耗步长取得足够小以至于可以近似用当前燃耗步初始时刻的微观反应率作为整个燃耗步长内的微观反应率。这样可以描述燃料棒中的成分随燃耗的变化，但是其缺点也很明显，即需要花费相当长的计算时间。

后来，预估校正(PC)方法被应用到燃耗计算过程中。预估校正的基本思想如图 5-1 所示：

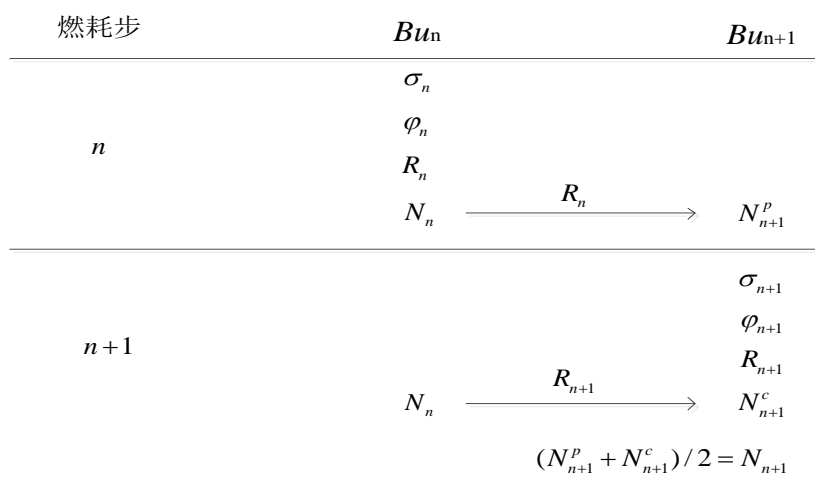


图 5-1 PC 方法示意图

即先根据当前燃耗步初始时刻的原子核密度进行中子学计算（共振+输运）得到初始时刻的微观反应率，然后用该反应率求解当前燃耗步长内的燃耗方程得到燃耗步长末的原子核密度，称为预估步的原子核密度，然后用预估步的原子核密度再求解一次中子学计算（共振+输运）得到步长末的微观反应率，用该微观反应率再求解一次当前燃耗步的燃耗方程，得到燃耗步长末的原子核密度，称为校正步的原子核密度。将预估步的原子核密度和校正步的原子核密度的平均值作为下一个燃耗步的原子核密度。这样做能够在保证计算精度的前提下选取较大的燃耗步长以提高计算效率。

5.1.2 改进的预估校正方法

由于可燃毒物具有很强的中子吸收效应，使得传统的预估校正方法计算可燃毒物的时候仍然需要划分较细的燃耗步长。为避免细步长的出现，本文首先采用了 Projected-Predictor-Corrector 燃耗计算方法（简称 PPC^[45,47]）和 Log-Linear-Reactivity 燃耗计算方法（简称 LLR^[46,47]）。其中 PPC 方法由 A. Yamamoto 提出，LLR 方法由 David C. Carpenter 和 Joseph H. Wolf III 提出。除此之外，本文采用改进的功率计算方法求解得到更精确的功率归一因子，使得燃耗求解计算更加精确。

改进方法的具体思路如图 5-2 和图 5-3 所示：

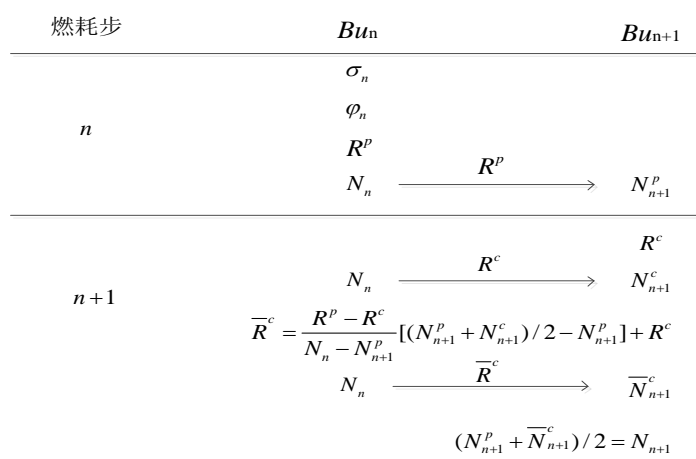


图 5-2 PPC 方法示意图

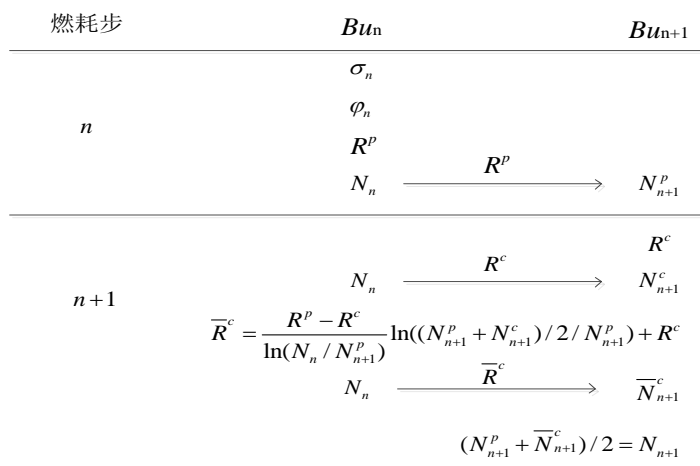


图 5-3 LLR 方法示意图

即在求解出校正步的原子核密度之后，根据微观反应率与原子核密度的线性变化或者对数线性关系得到一个更精确的校正步的反应率，然后再根据所求得反应率求解一次燃耗方程，得到当前燃耗步末更精确的原子核密度。

5.2 高阶燃耗计算方法

5.2.1 传统的预估校正方法的误差

上述传统的燃耗计算方法认为当前燃耗步初始时刻的原子核密度是前一步燃耗计算得到预估校正步的原子核密度的平均值。而预估校正方法得到的当前燃耗步初始时刻的原子核密度与其真实的原子核密度存在一定的偏差。所以提出了一种高阶燃耗方法的思想，即对当前燃耗步的微观反应率（包括预估步和校正步）进行修正，使其更接近当前燃耗步真实的微观反应率。

5.2.2 高阶燃耗计算方法

所谓高阶燃耗计算方法^[48,49]，是指采用已有的燃耗点下的参数，对当前燃耗步长下的预估步的反应率采用线性外推，对校正步的反应率采用二阶插值的方法，使其计算得到的结果更接近于真实状态下的原子核密度。

高阶燃耗方法主要对其微观反应率作修正，使燃耗方程的求解更加精确。具体的修正方法为：

$$R_x = w_{ps} R_{x,ps} + w_{bos} R_{x,bos} + w_{eos} R_{x,eos} \quad (5-1)$$

式中， R_x 为微观反应率类型，包括吸收、裂变、俘获； w 为权重；下标 ps 为上一个燃耗步；下标 bos 为当前燃耗步初；下标 eos 为当前燃耗步末。

采用上式对预估步和校正步的反应率进行修正，预估步可以采用常数和线性外推方法，校正步可以采用线性和二阶内插方法。当燃耗步长取得比较小的时候则不需要校正步。相应的权重见表 5-1。

从表 5-1 中可以看出，权重的取值与时间步长相关，根据预估步与校正步的选取规则（预估步计算的时候还没有燃耗步长末的微观反应率，所以不能采用内插的方法；而校正步计算的时候需要用到燃耗步长末的微观反应率，所以不能采用外推方法），有六种组合，即：CE, LE, CE/LI, CE/QI, LE/LI, LE/QI。其中 CE/LI 方法和之前传统的预估校正方法基本一致，唯一的差别便是：传统的预估校正方法采用预估步和校正步的微观反应率计算得到预估步和校正步的核子密度，然后取平均值得到燃耗步长末的核子密度；而 CE/LI 方法是直接采用预估步和校正步的微观反应率的平均值求解燃耗方程得到燃耗步长末的核子密度。如图 5-4 所示：

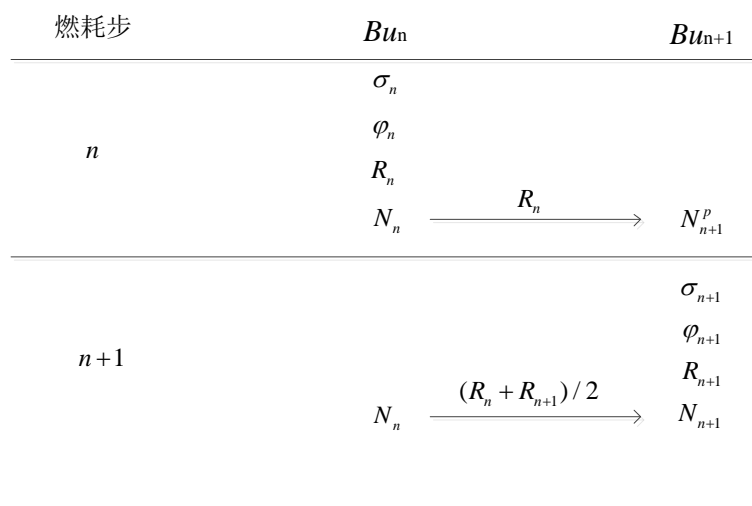


图 5-4 高阶燃耗 CE/LI 方法示意图

表 5-1 高阶燃耗方法以及相应的权重

方法	缩写	w_{ps}	w_{bos}	w_{eos}
常数外推	CE	0	1	0
线性外推	LE	$-\frac{t}{2t_p}$	$1 + \frac{t}{2t_p}$	0
线性插值	LI	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
二阶插值	QI	$-\frac{t^2}{6t_p(t+t_p)}$	$\frac{1}{2} + \frac{t}{6t_p}$	$\frac{1}{2} - \frac{t}{6(t+t_p)}$

t ——当前燃耗步的时间步长；

t_p ——上一个燃耗步的时间步长。

5.3 模块开发与程序验证

本文采用模块化 FORTRAN 语言编制了燃耗计算模块，所采用的点燃耗求解器 NECP-ERICA^[21]由 NECP 实验室开发。本文开发了传统的 PC 方法、改进的 PC 方法以及高阶燃耗计算方法，并选取了单栅元基准题和组件基准题验证了燃耗计算模块的正确性，并分析了传统的预估校正方法与高阶燃耗计算方法的计算精度。

5.3.1 高阶燃耗方法不同权重选择的影响

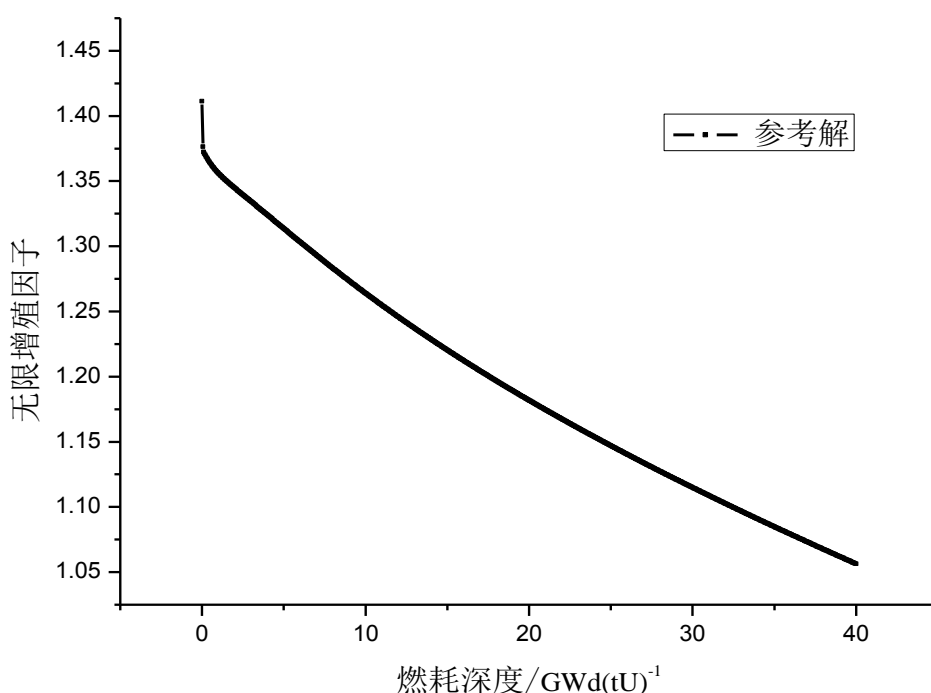
本文分别选取了一个单栅元基准题和带 Gd 棒的单组件问题对各个高阶燃耗计算方法的计算精度进行分析。计算的燃耗深度达到 40GWd/tU，参考解采用 CE/LI 方法，参考解所选取的每个燃耗步的燃耗步长为 0.05GWd/tU，包含 800 个燃耗步长。比较了采用 22 个燃耗步长以及 43 个燃耗步长的计算结果，与参考解进行对比分析，每个燃耗步长所达到的燃耗深度如表 5-2 所示。

表 5-2 每个燃耗步长所达到的燃耗深度

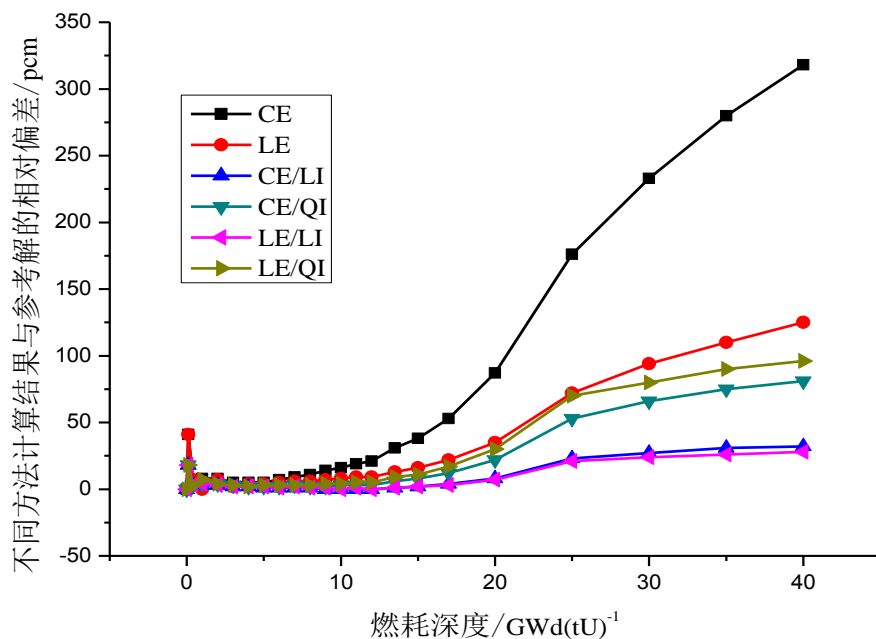
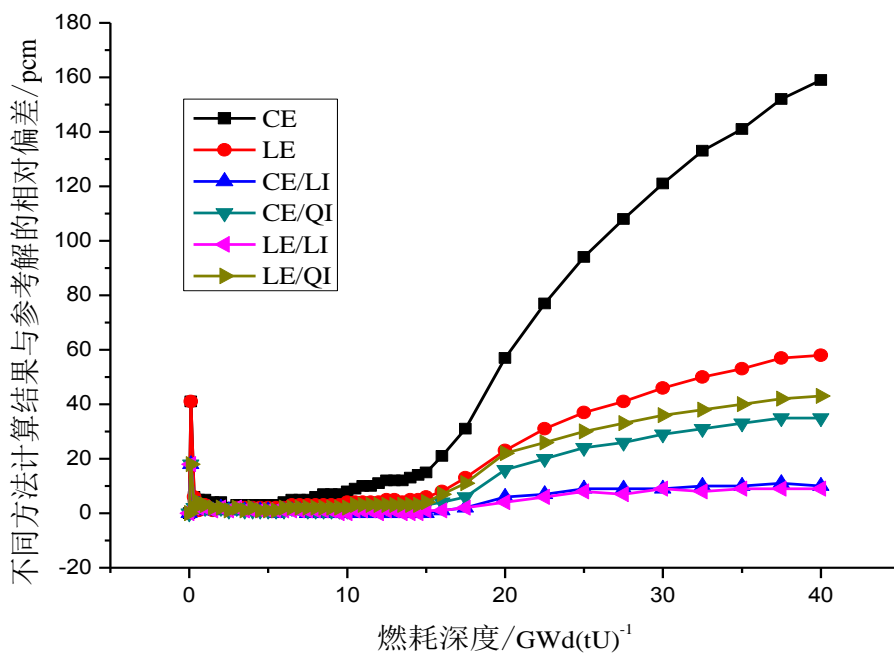
燃耗深度/GWd(tU) ⁻¹											
22 steps											
0.1	0.4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13.5	15	17	20	25	30	35	40		
43 steps											
0.1	0.3	0.6	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11
11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	16	17.5	20	22.5
25	27.5	30	32.5	35	37.5	40					

1) JAEA UO₂ 单栅元问题计算结果分析

本文采用高阶燃耗方法针对 JAEA^[50]单栅元问题进行分析,该基准题的材料以及几何信息参见附录。本文给出了该单栅元问题参考解特征值随燃耗的变化以及各个燃耗步长下特征值与参考解的相对偏差。

图 5-5 JAEA UO₂ 单栅元参考解 k_{inf} 随燃耗的变化

从图 5-6 和图 5-7 可以得到的结论是,采用相同的计算方法,燃耗步长越小,计算精度越高;相同的燃耗步长下,LE 方法精度高于 CE 方法;相同的燃耗步长下,LE/LI 方法计算精度高于 CE/LI 方法。

图 5-6 22 个燃耗步长下 JAEA UO₂ 单栅元 k_{inf} 与参考解的相对偏差图 5-7 43 个燃耗步长下 JAEA UO₂ 单栅元 k_{inf} 与参考解的相对偏差

2) 大亚湾含 Gd 棒燃料组件计算结果分析

为了进一步分析高阶燃耗计算方法，本文计算了大亚湾含 Gd 棒燃料组件，燃料组件的材料和几何信息参见附录 A。本文分析了该燃料组件的 k_{inf} 随燃耗的变化，并且选取了几种重要核素的原子核密度进行分析比较。

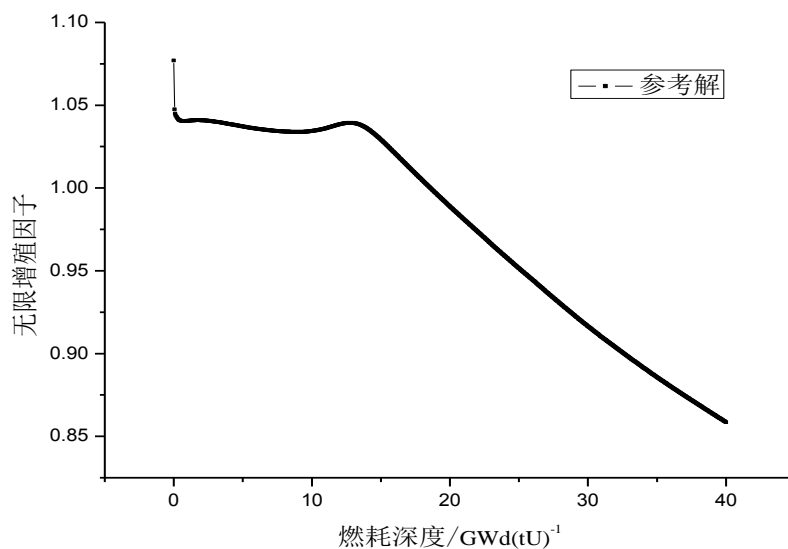


图 5-8 大亚湾含 Gd 燃料组件参考解 k_{inf} 随燃耗的变化

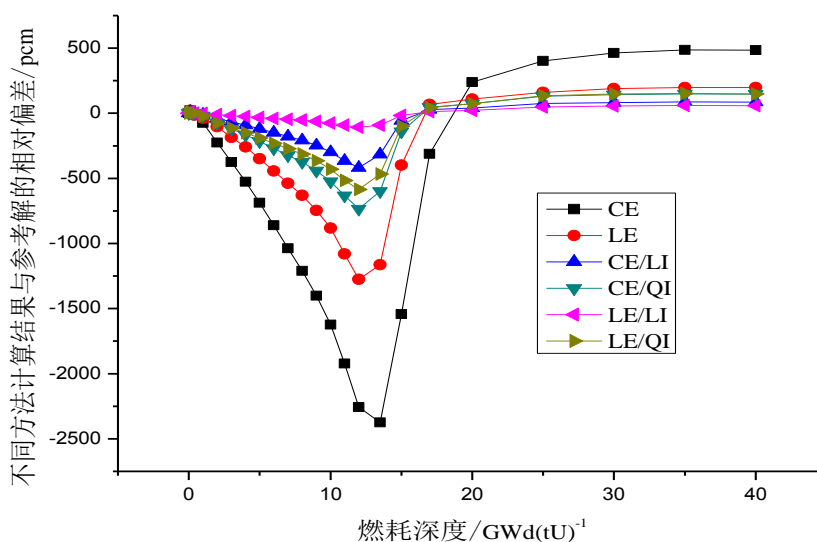


图 5-9 22 个燃耗步长下大亚湾含 Gd 燃料组件 k_{inf} 与参考解的相对偏差

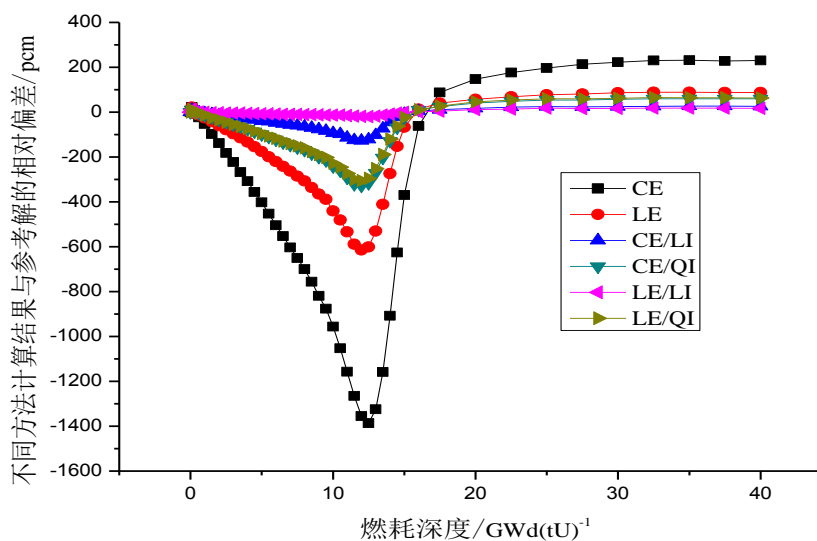


图 5-10 43 个燃耗步长下大亚湾含 Gd 燃料组件 k_{inf} 与参考解的相对偏差

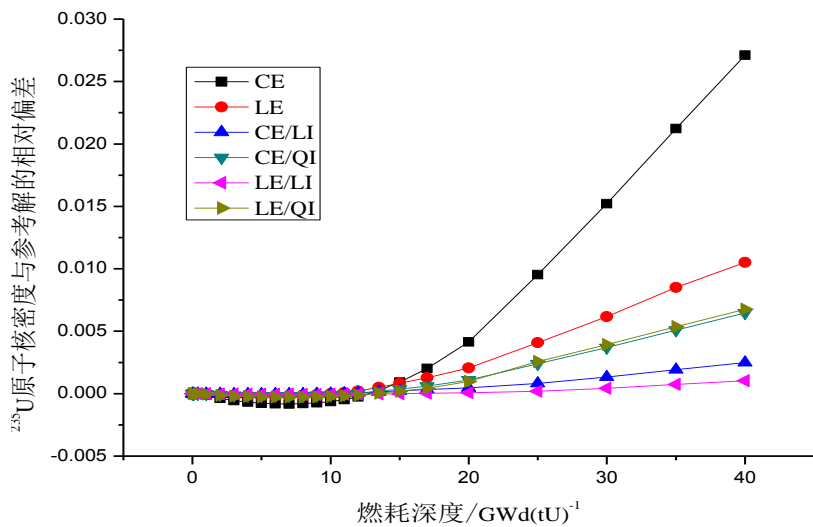


图 5-11 22 燃耗步长下 ²³⁵U 原子核密度与参考解的相对偏差

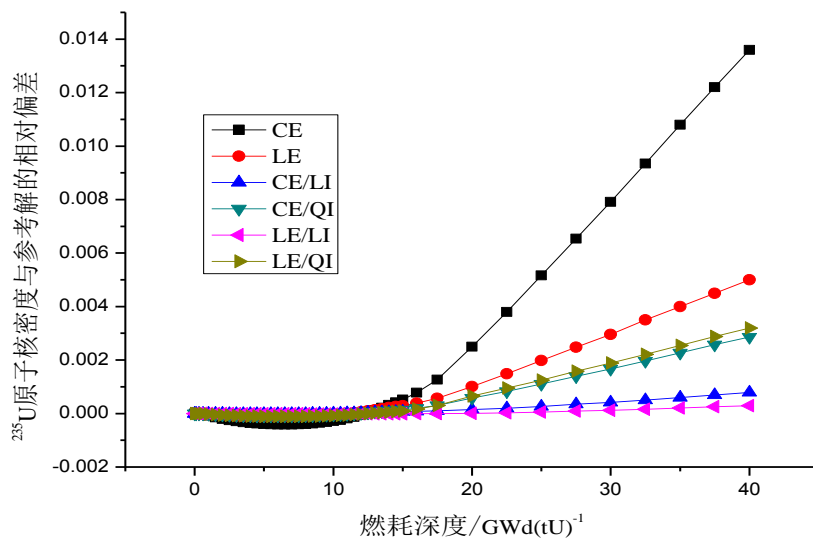


图 5-12 43 燃耗步长下 ²³⁵U 原子核密度与参考解的相对偏差

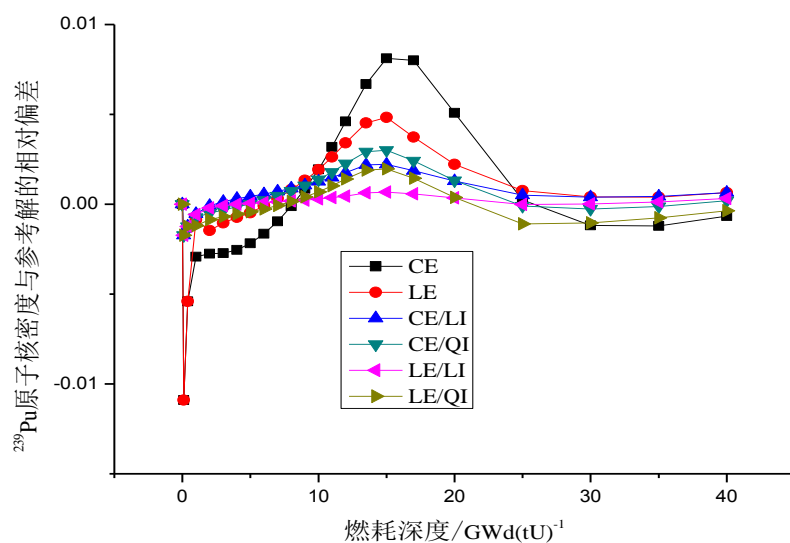


图 5-13 22 燃耗步长下 ²³⁹Pu 原子核密度与参考解的相对偏差

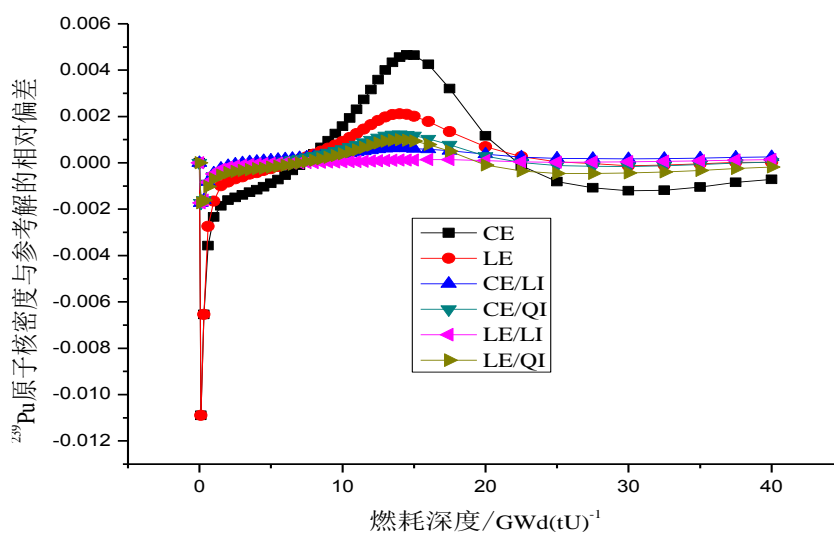


图 5-14 43 燃耗步长下 ^{239}Pu 原子核密度与参考解的相对偏差

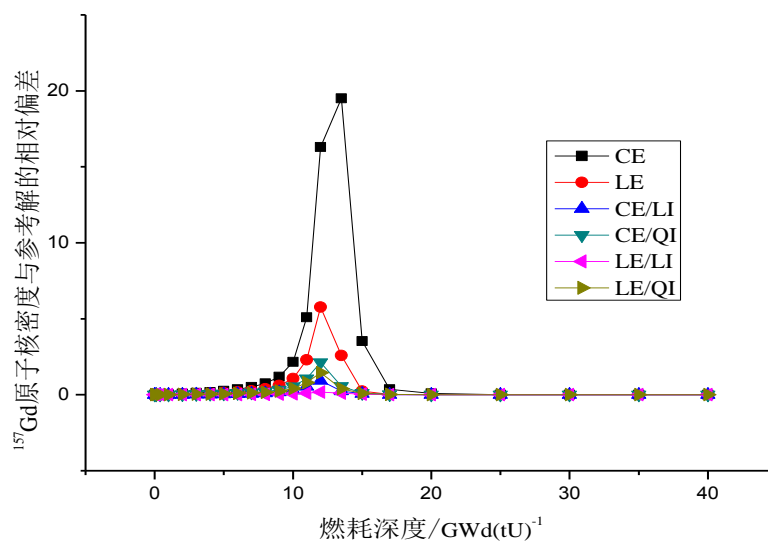


图 5-15 22 燃耗步长下 ^{157}Gd 原子核密度与参考解的相对偏差

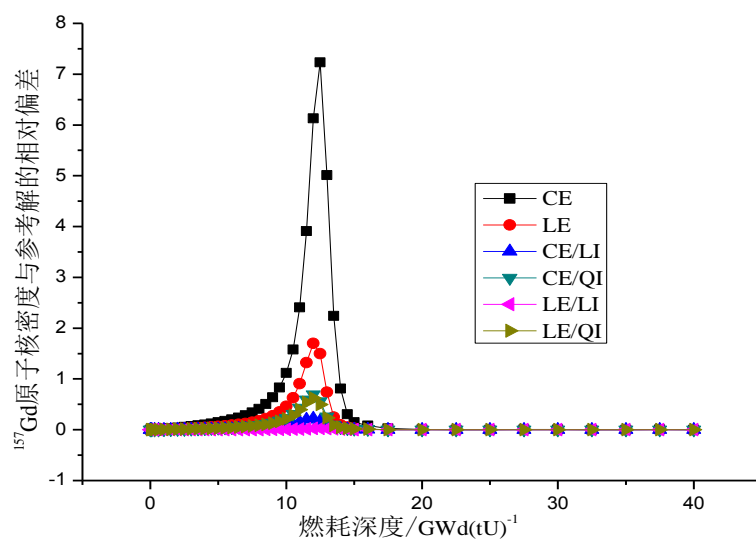


图 5-16 43 燃耗步长下 ^{157}Gd 原子核密度与参考解的相对偏差

从图 5-9 和图 5-10 特征值的比较中能够得出与单栅元问题同样的结论,从图 5-11 至图 5-16 原子核密度的比较中可以看出 LE/LI 方法明显优于其他燃耗计算方法。原则上来说, QI 方法采用二阶内插, 其计算精度要比 LI 方法的计算精度高, 但是从上述计算结果却并没有得出此结论。具体的分析可以从图 5-17 得到, 图中描述了一个燃耗步长内微观反应率随燃耗的变化曲线, 其中线性插值在该燃耗步长内的前半段高估了其微观反应率, 而在燃耗步长内的后半段低估了其微观反应率, 造成整个燃耗步长内的误差抵消, 与二阶插值相比, 整个燃耗步长过程中, 线性插值情况下微观反应率与时间的乘积与图中所描述的实际变化曲线与时间的乘积更加接近。

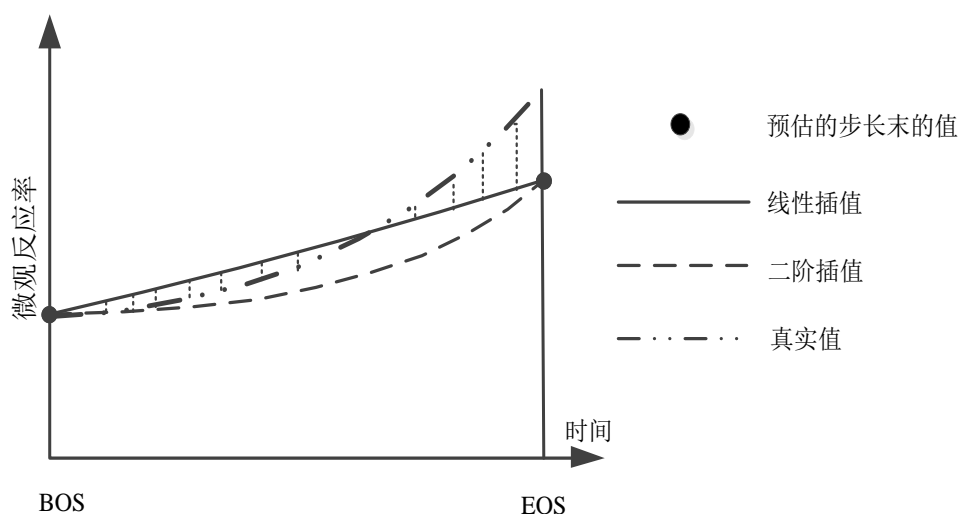


图 5-17 微观反应率随时间的变化示意图

5.3.2 高阶燃耗方法的基准题校验

在上一节分析的基础上, 本文采用精度最高的 LE/LI 方法分别计算了 JAEA 发布的栅元基准题以及大亚湾核电站的不含可燃毒物的燃料组件问题。基准题的详细描述参见附录。

1) JAEA UO_2 单栅元问题

A. 无限增殖因子的比较分析:

图 5-18 给出了 NECP-CACTI 以及各知名参考程序给出的 k_{inf} 随燃耗的变化曲线, 可以看出, NECP-CACTI 的计算结果与参考解计算结果吻合较好。

B. 核素栅元平均原子核密度的比较分析:

针对 JAEA UO_2 单栅元问题, 本文同样选取了 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 三种重核素以及 ^{103}Rh 、 ^{149}Sm 两种裂变产物的核子密度与参考解进行对比分析。从图 5-19 至图 5-23 可以看出, 5 种核素的核子密度随燃耗的变化均在各个参考程序给出的参考解范围之内, 证明 NECP-CACTI 的燃耗计算正确无误。

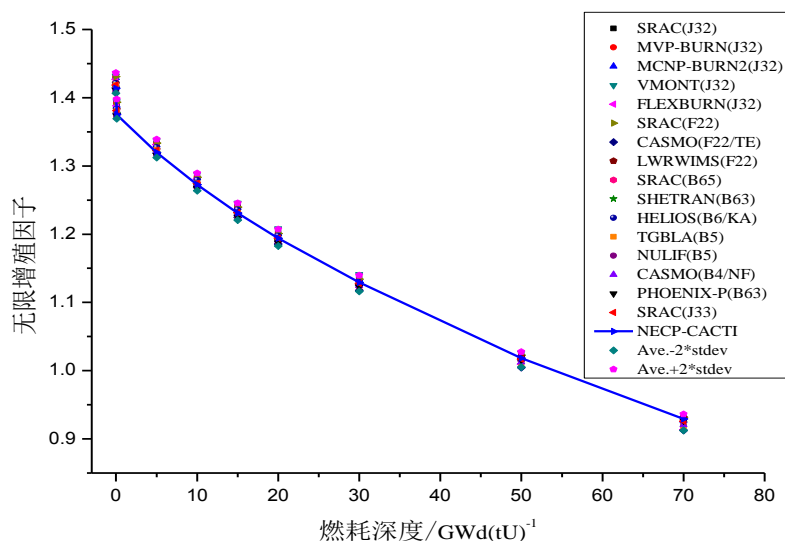


图 5-18 JAEA UO₂ 燃料栅元 k_{inf} 随燃耗的计算结果

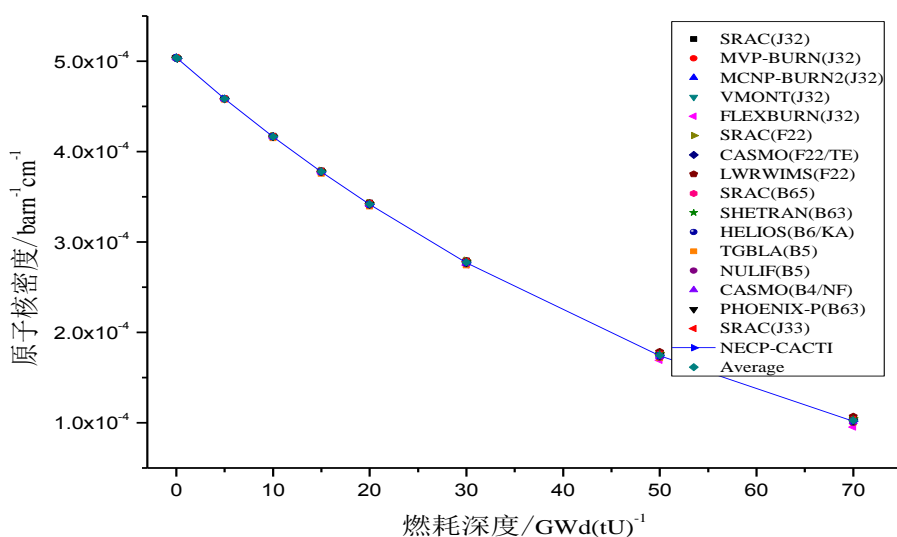


图 5-19 JAEA UO₂ 燃料栅元 ²³⁵U 原子核密度随燃耗深度变化

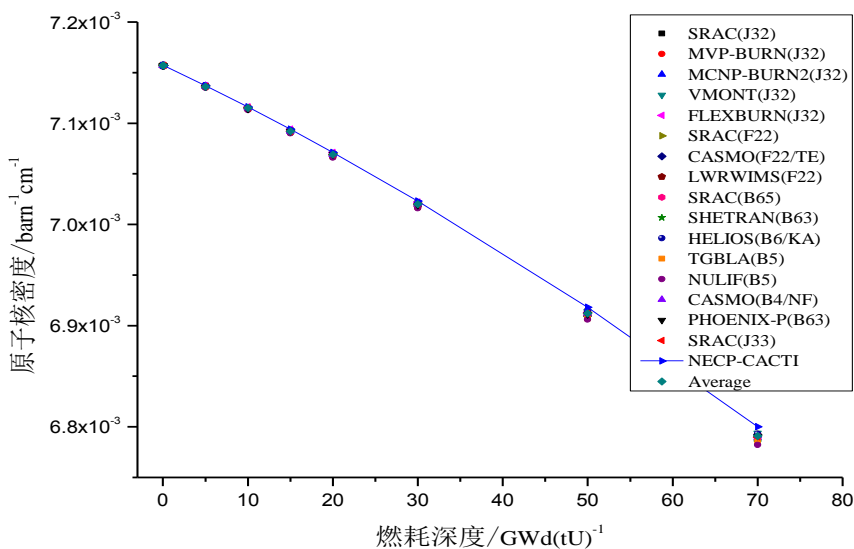


图 5-20 JAEA UO₂ 燃料栅元 ²³⁸U 原子核密度随燃耗深度变化

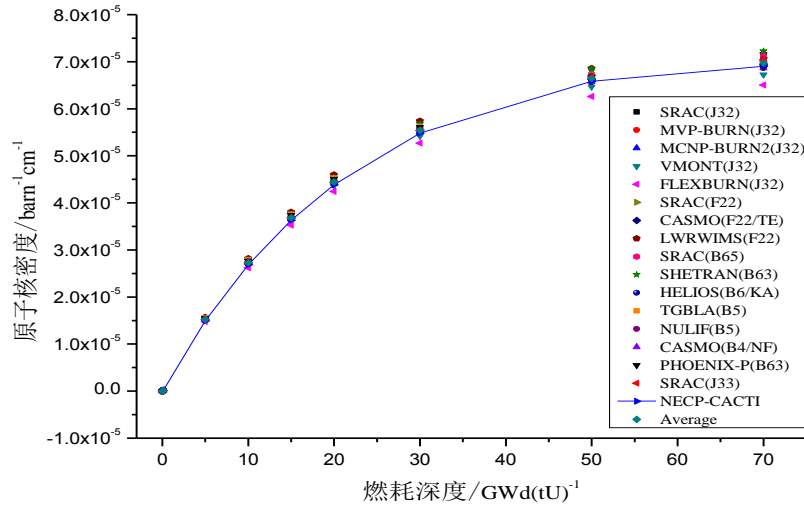


图 5-21 JAEA UO₂ 燃料栅元 ²³⁹Pu 原子核密度随燃耗深度变化

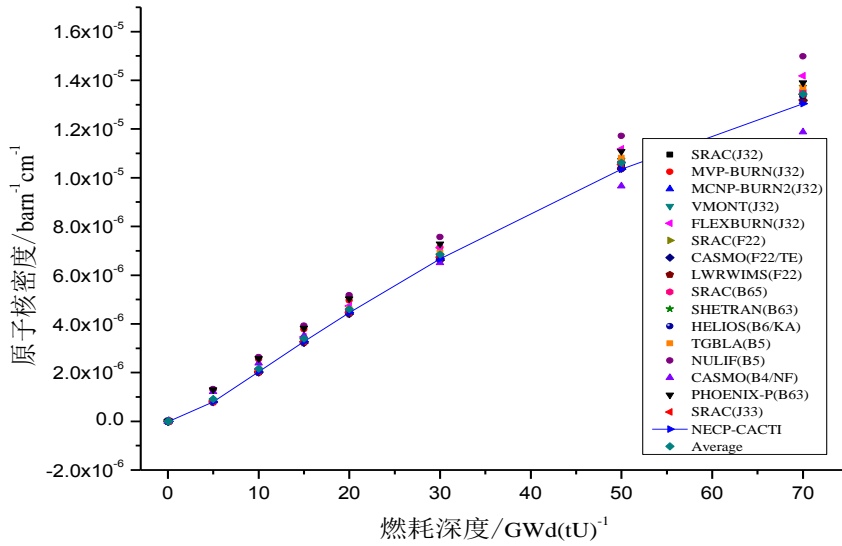


图 5-22 JAEA UO₂ 燃料栅元 ¹⁰³Rh 原子核密度随燃耗深度变化

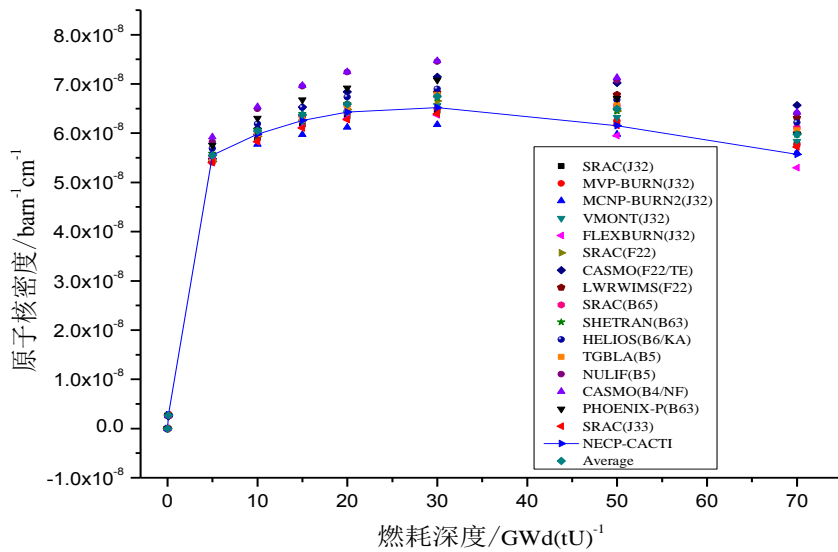
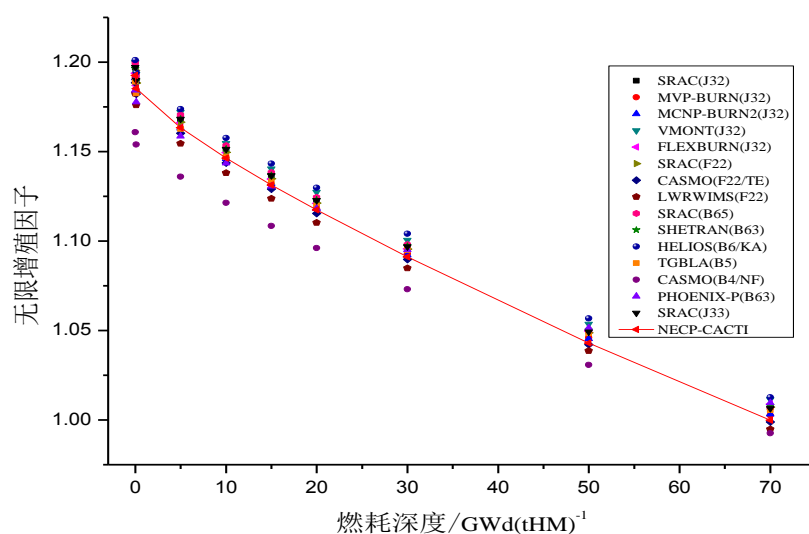


图 5-23 JAEA UO₂ 燃料栅元 ¹⁴⁹Sm 原子核密度随燃耗深度变化

2) JAEA MOX 单栅元问题

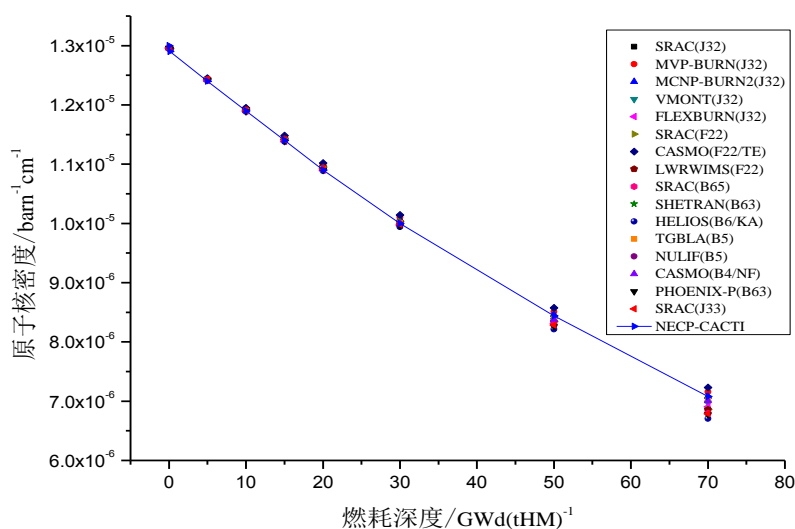
A. 无限增殖因子的比较分析:

本文同时计算了 JAEA^[50]含有 MOX 燃料成分的单栅元问题, 由于 MOX 燃料中含有大量的 Pu 同位素, 其同位素在共振能量分界点 4eV 以下的能量段有共振峰出现, 采用 69 群数据库并不能较好的计算含有 MOX 燃料成分的问题。因此, 本文选用 172 群数据库结构, 相比于 69 群数据库格式, 172 群数据库能群划分更细。计算结果如图 5-24 所示, NECP-CACTI 的计算结果在各个程序给出参考解范围之内, 证明 NECP-CACTI 能够处理含有 MOX 成分的燃料。

图 5-24 JAEA MOX 燃料栅元 k_{inf} 随燃耗的计算结果

B. 核素栅元平均原子核密度的比较分析:

针对 JAEA MOX 单栅元问题, 本文同样选取了 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 三种重核素以及 ^{103}Rh 、 ^{149}Sm 两种裂变产物的核子密度并与参考解进行对比分析。从图 5-25 至图 5-29 的结果可以看出, 5 种核素的核子密度随燃耗的变化均在各个参考程序给出的参考解范围之内, 证明 NECP-CACTI 的燃耗计算正确无误。

图 5-25 JAEA MOX 燃料栅元 ^{235}U 原子核密度随燃耗深度变化

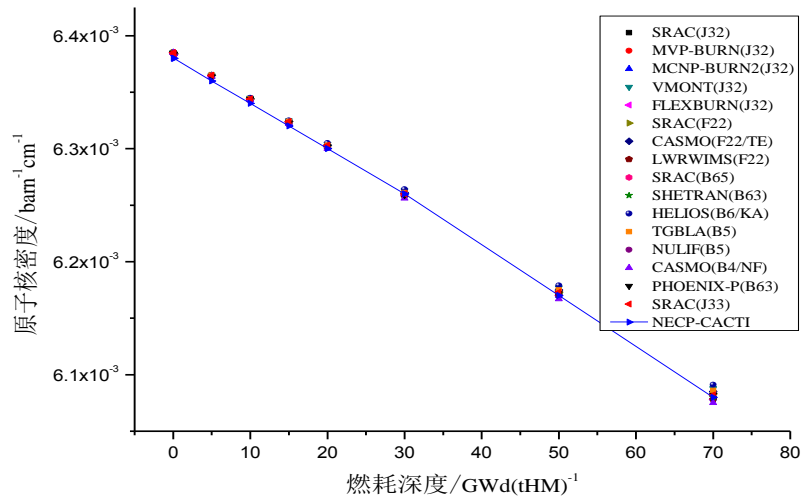


图 5-26 JAEA MOX 燃料栅元 ^{238}U 原子核密度随燃耗深度变化

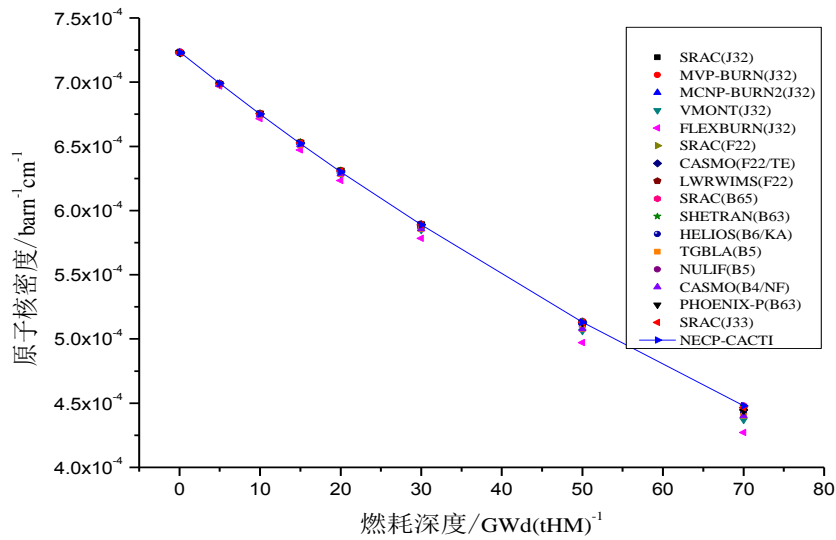


图 5-27 JAEA MOX 燃料栅元 ^{239}Pu 原子核密度随燃耗深度变化

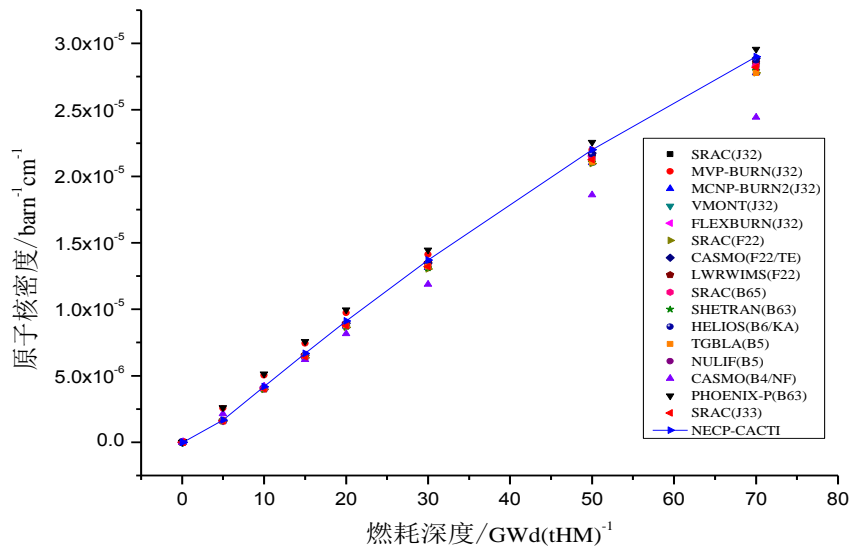
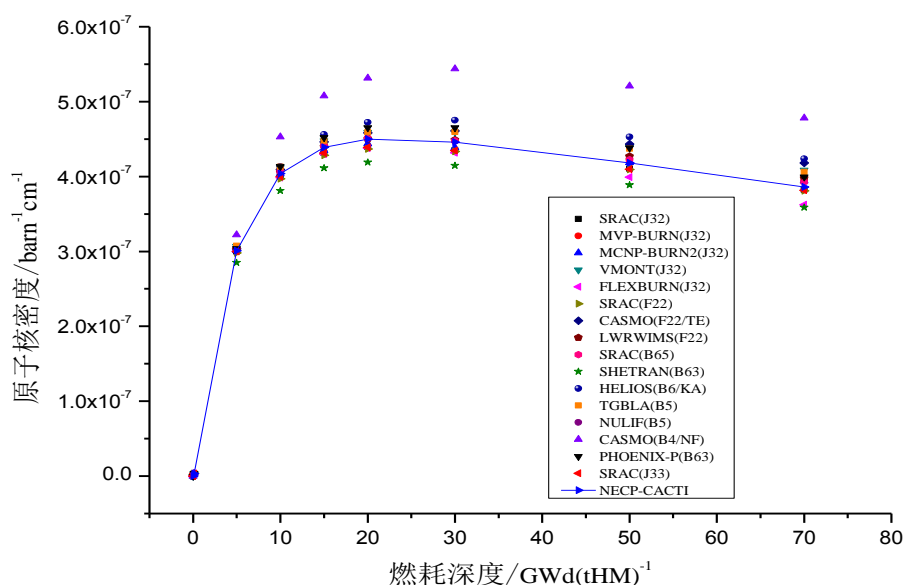
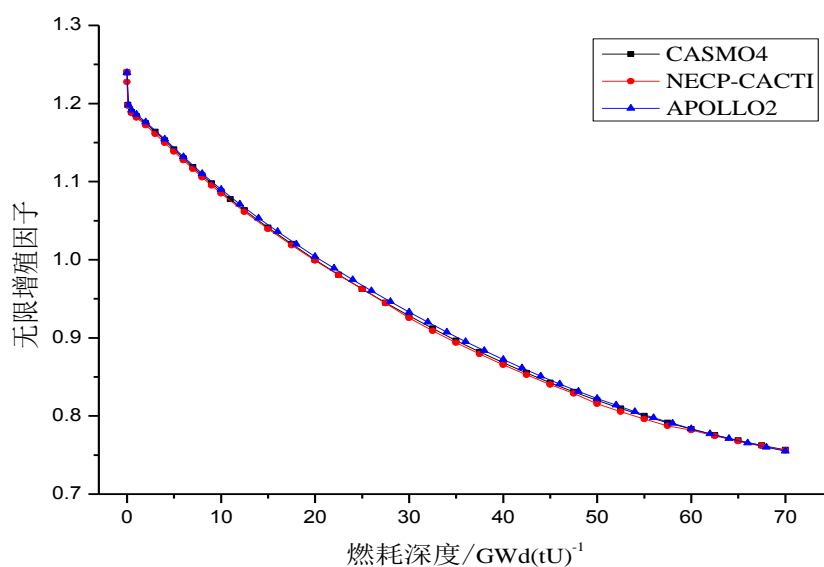


图 5-28 JAEA MOX 燃料栅元 ^{103}Rh 原子核密度随燃耗深度变化

图 5-29 JAEA MOX 燃料栅元 ^{149}Sm 原子核密度随燃耗深度变化

3) 大亚湾不含 Gd 燃料组件问题

图 5-30 给出了大亚湾不含钆棒燃料组件的 APOLLO2、CASMO4 以及 NECP-CACTI 程序计算的无限增殖因子随燃耗的变化曲线，大亚湾燃料组件的详细信息参见附录 A。从图中可以看出，无限增殖因子随着燃耗计算的加深逐渐下降，符合纯 UO_2 燃料的燃耗规律，且组件程序 NECP-CACTI 计算结果与 CASMO4 和 APOLLO2 程序的计算结果吻合良好。

图 5-30 大亚湾 UO_2 燃料不含钆棒的组件 k_{inf} 计算结果

组件计算给出燃耗深度为整个组件的平均燃耗深度，本文中计算了组件各个燃料棒的燃耗深度并与 CASMO4 组件程序的计算结果进行了比较，本文选取了 67.5GWd/tU 组件平均燃耗深度下单棒燃耗深度的比较：

		NECP-CACTI		CASMO4		Error	
68.83	67.87						
68.63	67.62						
0.28%	0.37%						
68.92	67.91	67.63					
68.63	67.55	67.65					
0.42%	0.53%	-0.03%					
	69.17	69.18					
	68.57	68.64					
	0.87%	0.78%					
68.94	67.68	67.93	69.25	68.49			
68.51	67.55	67.67	68.90	68.80			
0.62%	0.19%	0.38%	0.51%	-0.45%			
69.01	67.51	67.81	69.20	69.75			
68.48	67.50	67.58	68.87	69.50			
0.78%	0.01%	0.34%	0.48%	0.36%			
	68.45	69.00		69.18	68.17	66.23	
	68.31	68.39		69.11	68.07	66.53	
	0.20%	0.89%		0.10%	0.14%	-0.45%	
67.94	66.89	66.92	68.02	67.13	65.94	65.31	65.31
67.89	67.04	67.04	67.94	66.90	65.82	65.28	65.01
0.07%	-0.23%	-0.17%	0.12%	0.35%	0.19%	0.05%	0.46%
66.59	66.43	66.65	66.49	65.95	65.70	65.07	65.06
66.98	66.86	66.85	66.89	66.60	66.26	66.03	66.02
-0.59%	-0.64%	-0.30%	-0.59%	-0.98%	-0.85%	-1.46%	-1.46%
							65.78
							66.81
							-1.55%

图 5-31 大亚湾 UO₂ 燃料不含钐棒的组件单棒燃耗深度计算结果

从上述结果可以看出，NECP-CACTI 计算得到的单棒燃耗深度与 CASMO4 计算得到的单棒燃耗深度的最大相对偏差为 1.55%，绝大多数的偏差在千分位。

4) JAEA MOX 燃料组件问题

JAEA^[50]发布的 MOX 组件基准题包含三种不同富集铀的燃料棒，NECP-CACTI 采用 172 群能群结构进行计算，计算结果如图 5-32 所示，从结果可以看出，NECP-CACTI 计算得到的无限增殖因子的结果在国际知名组件程序给出的参考解范围之内。证明 NECP-CACTI 针对 MOX 燃料的计算具有良好的计算精度。

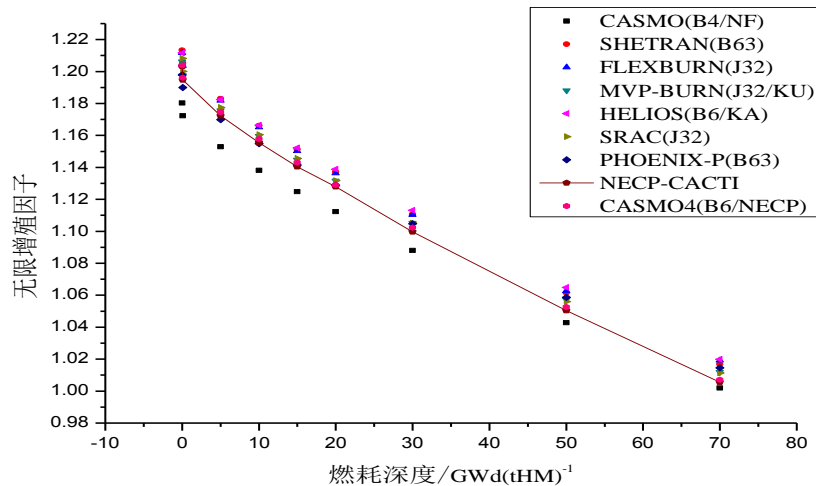


图 5-32 JAEA MOX 燃料燃料组件 k_{inf} 计算结果

JAEA 基准题给出了 6 种组件程序计算的裂变率分布结果，为简便起见，本文取基准题中 6 种组件程序计算结果的平均值作为参考解，并选取了 0GWd/t、30GWd/t 以及 70GWd/t 燃耗点下的计算结果。计算结果如图 5-33 至图 5-35 所示，结果表明整个燃

耗过程中裂变率最大相对偏差为-0.95%，证明 NECP-CACTI 针对含有 MOX 的燃料组件裂变率计算结果与参考解吻合良好。

0.000		AvePower						
0.000		NECP-CACTI						
0.00%		Error						
1.089	1.034							
1.085	1.040							
-0.38%	0.60%							
1.090	1.034	1.033						
1.088	1.037	1.035						
-0.16%	0.38%	0.12%						
0.000	1.091	1.093	0.000					
0.000	1.088	1.094	0.000					
0.00%	-0.24%	0.07%	0.00%					
1.093	1.036	1.039	1.107	1.098				
1.092	1.037	1.043	1.102	1.095				
-0.17%	0.15%	0.42%	-0.44%	-0.30%				
1.094	1.038	1.042	1.112	1.156	0.000			
1.086	1.037	1.046	1.115	1.162	0.000			
-0.74%	-0.12%	0.38%	0.24%	0.45%	0.00%			
0.000	1.097	1.103	0.000	1.146	1.106	1.043		
0.000	1.102	1.101	0.000	1.138	1.104	1.047		
0.00%	0.43%	-0.18%	0.00%	-0.69%	-0.17%	0.32%		
0.946	1.045	1.046	0.951	1.047	1.006	0.872	0.906	
0.943	1.044	1.048	0.953	1.054	1.005	0.873	0.903	
-0.33%	-0.10%	0.21%	0.16%	0.72%	-0.08%	0.18%	-0.32%	
0.865	0.861	0.860	0.866	0.861	0.857	0.888	0.654	0.683
0.858	0.863	0.859	0.863	0.860	0.855	0.890	0.650	0.678
-0.73%	0.27%	-0.05%	-0.29%	-0.09%	-0.22%	0.19%	-0.52%	-0.71%

图 5-33 0 GWd/tHM JAEA MOX 1/8 燃料组件裂变率和误差分布

0.000		AvePower						
0.000		NECP-CACTI						
0.00%		Error						
1.083	1.034							
1.078	1.041							
-0.43%	0.63%							
1.085	1.036	1.034						
1.081	1.039	1.036						
-0.32%	0.28%	0.15%						
0.000	1.085	1.088	0.000					
0.000	1.081	1.087	0.000					
0.00%	-0.37%	-0.06%	0.00%					
1.085	1.037	1.040	1.099	1.094				
1.084	1.039	1.044	1.095	1.091				
-0.09%	0.17%	0.44%	-0.32%	-0.30%				
1.088	1.038	1.042	1.104	1.142	0.000			
1.079	1.038	1.047	1.106	1.147	0.000			
-0.83%	-0.02%	0.46%	0.16%	0.47%	0.00%			
0.000	1.090	1.095	0.000	1.134	1.098	1.041		
0.000	1.094	1.092	0.000	1.126	1.095	1.044		
0.00%	0.39%	-0.26%	0.00%	-0.69%	-0.23%	0.27%		
0.945	1.043	1.045	0.949	1.047	1.009	0.880	0.907	
0.942	1.042	1.047	0.951	1.052	1.007	0.881	0.903	
-0.27%	-0.09%	0.21%	0.20%	0.52%	-0.15%	0.14%	-0.51%	
0.874	0.870	0.870	0.874	0.870	0.866	0.892	0.674	0.698
0.868	0.873	0.870	0.872	0.871	0.865	0.893	0.675	0.696
-0.72%	0.33%	-0.03%	-0.18%	0.02%	-0.17%	0.13%	0.12%	-0.36%

图 5-34 30 GWd/tHM JAEA MOX 1/8 燃料组件裂变率和误差分布

0.000									AvePower
0.000									NECP-CACTI
0.00%									Error
1.075	1.036								
1.069	1.041								
-0.53%	0.50%								
1.075	1.038	1.038							
1.072	1.040	1.038							
-0.30%	0.17%	-0.03%							
0.000	1.073	1.077	0.000						
0.000	1.072	1.077	0.000						
0.00%	-0.07%	-0.02%	0.00%						
1.075	1.039	1.044	1.089	1.086					
1.074	1.040	1.046	1.086	1.085					
-0.12%	0.07%	0.17%	-0.27%	-0.15%					
1.079	1.041	1.045	1.093	1.120	0.000				
1.069	1.039	1.048	1.093	1.127	0.000				
-0.95%	-0.15%	0.32%	0.07%	0.59%	0.00%				
0.000	1.080	1.083	0.000	1.113	1.085	1.041			
0.000	1.082	1.081	0.000	1.108	1.083	1.040			
0.00%	0.15%	-0.11%	0.00%	-0.45%	-0.22%	-0.07%			
0.942	1.042	1.045	0.944	1.044	1.015	0.891	0.908		
0.941	1.040	1.044	0.949	1.049	1.011	0.892	0.904		
-0.07%	-0.20%	-0.05%	0.48%	0.43%	-0.36%	0.12%	-0.45%		
0.886	0.883	0.884	0.887	0.884	0.879	0.898	0.703	0.719	
0.881	0.887	0.884	0.886	0.885	0.878	0.898	0.707	0.720	
-0.49%	0.49%	0.06%	-0.13%	0.11%	-0.08%	0.03%	0.55%	0.15%	

图 5-35 70 GWd/HM JAEA MOX 1/8 燃料组件裂变率和误差分布

5.3.3 不同燃耗计算方法在含 Gd 组件计算中的比较

传统的 PC 方法燃耗计算在保证一定的燃耗步长的情况下具有较高的计算精度。但是对于含有可燃毒物 Gd 的燃料组件的燃耗计算，由于该燃料组件中含有的可燃毒物 ^{155}Gd 和 ^{157}Gd 的强吸收特性，在随燃耗变化的时间效应上，如果要采用 PC 方法，从则需要非常细的燃耗步长。本文所采用的改进的燃耗计算方法可以有效解决 Gd 燃耗带来的问题。

图 5-36 给出了燃耗计算过程中可燃毒物 ^{155}Gd 和 ^{157}Gd 的微观反应率随核子密度的变化关系，从图中可以看出，其微观反应率与核子密度的对数在每一个燃耗步长内呈现线性变化的关系，采用 LLR 方法更能够准确描述 Gd 随燃耗的变化规律。

为验证计算方法的有效性，本文选取了 JAEA UO_2 燃料组件进行测试，该燃料组件含有 32 根 Gd 棒。参考解采用 PC 方法，燃耗步长为 0.2GWd/tU。分别计算了 0.5GWd/tU、1.0GWd/tU 以及 2.0GWd/tU 燃耗步长下 PC、PPC、LLR 方法的该燃料组件的 k_{inf} 的变化曲线，如图 5-37 所示。从图中可以看出，相同的燃耗步长下，LLR 方法更精确，PPC 方法次之；LLR 方法选取 2.0GWd/tU 燃耗步长与 PC 方法选取 1.0GWd/tU 的燃耗步长计算精度相当；LLR 方法选取 1.0GWd/tU 燃耗步长，整个燃耗过程中计算精度可以控制在 50pcm 以内。

本文同样比较了 LE/LI 方法与 LLR 方法的计算精度，计算结果如图 5-38 所示，燃耗至 40GWd/tU。参考解仍采用 PC 方法，燃耗步长为 0.2GWd/tU。结果表明，燃耗步长选取 1.0GWd/tU 时，PC 方法的误差很大，LE/LI 方法与 LLR 方法相当，LLR 精度略好于 LE/LI，所以下文中采用 LLR 方法计算含 Gd 燃料组件，比较了特征值随燃耗

的变化以及不同燃耗深度下的裂变率分布。

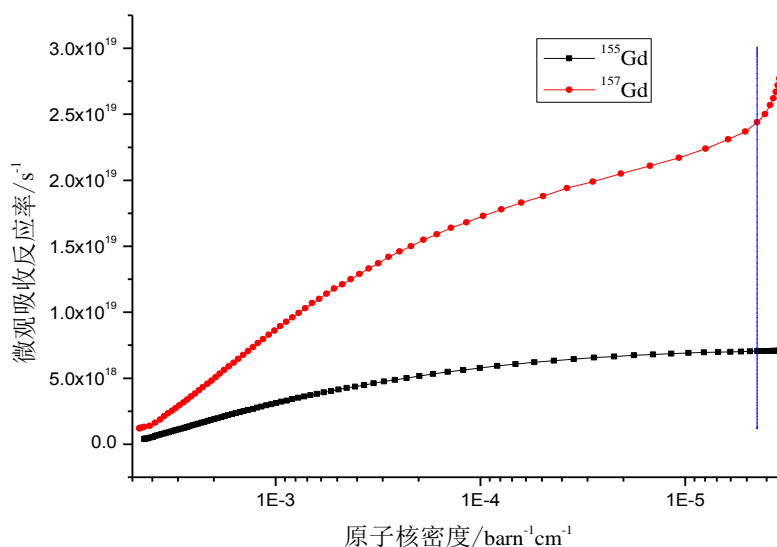


图 5-36 可燃毒物微观反应率随原子核密度的变化关系

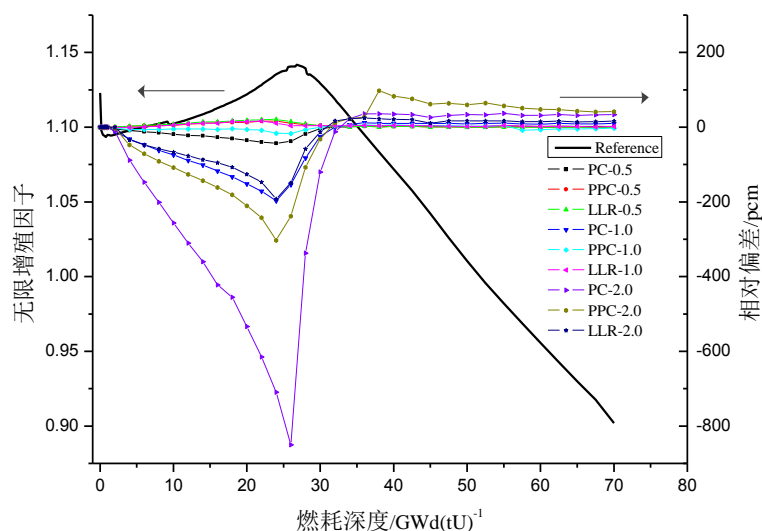


图 5-37 JAEA UO₂ 燃料组件预估校正方法在不同的燃耗步长下的 k_{inf} 误差比较

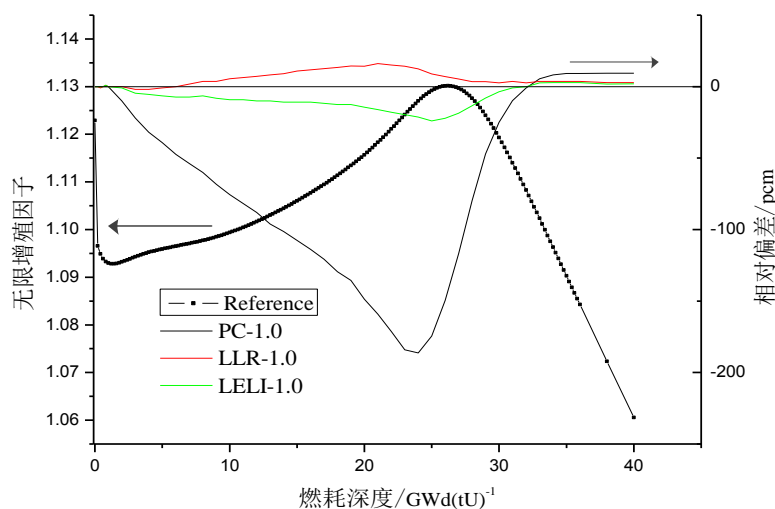
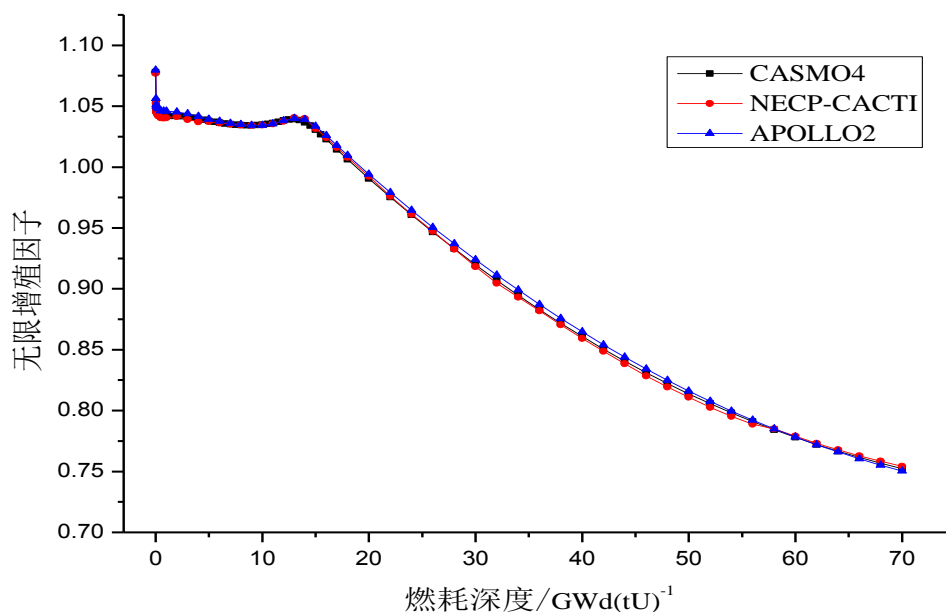


图 5-38 JAEA UO₂ 燃料组件预估校正方法与高阶燃耗方法 k_{inf} 误差比较

1) 大亚湾 含 Gd 燃料组件问题

A. 无限增殖因子的比较:

图 5-39 给出了含有 12 根钆棒的大亚湾组件无限增殖因子随燃耗变化的计算结果, 采用 LLR 方法, 燃耗步长选取了 1.0GWd/tU。大亚湾燃料组件的详细信息参见附录 A。从图中可以看出, 在燃耗初期无限增殖因子随着燃耗加深减小很慢, 基本保持不变; 15GWd/tU 之后无限增殖因子随着燃耗大致呈现线性下降趋势。燃耗初期无限增殖因子之所以不随燃耗加深而降低是因为可燃毒物钆的消耗所释放的反应性弥补了燃料消耗的反应性; 而 15GWd/tU 之后, 可燃毒物减少释放的反应性不再完全补偿燃料燃耗带来的反应性减小, 所以无限增殖因子开始下降, 而且随着燃耗越来越深可燃毒物被逐渐耗尽, 燃料组件内不再有正反应性释放, 带有可燃毒物的燃料组件基本变成了纯 UO_2 燃料组件, 故无限增殖因子随燃耗基本呈线性减小的关系。计算结果表明 NECP-CACTI 能够得到准确的计算结果。

图 5-39 大亚湾 UO_2 燃料含钆棒的组件 k_{inf} 计算结果2) JAEA UO_2 燃料组件问题

JAEA 发布的 UO_2 组件基准题包含有 32 根钆棒。图 5-40 给出了计算结果, 从结果可以看出, NECP-CACTI 计算得到的无限增殖因子的结果在国际知名组件程序给出的参考解范围之内。证明 NECP-CACTI 针对钆棒的计算具有良好的计算精度。

JAEA^[50]基准题给出了 6 种组件程序计算的裂变率分布结果, 为简便起见, 本文选取基准题中 HELIOS(B6)计算结果为参考解, 并选取了 0GWd/tU 和 30GWd/tU 燃耗点下的计算结果。计算结果如 所示, 除了钆棒外, 其他燃料棒的裂变率与参考解的相对偏差都在千分位, 由于钆棒位置的裂变率值相对于其他燃料棒位置偏小, 所以相对偏差较大, 其最大偏差达到 2.41%, 证明 NECP-CACTI 针对含有钆棒的燃料组件裂变率计算结果与参考解吻合良好。

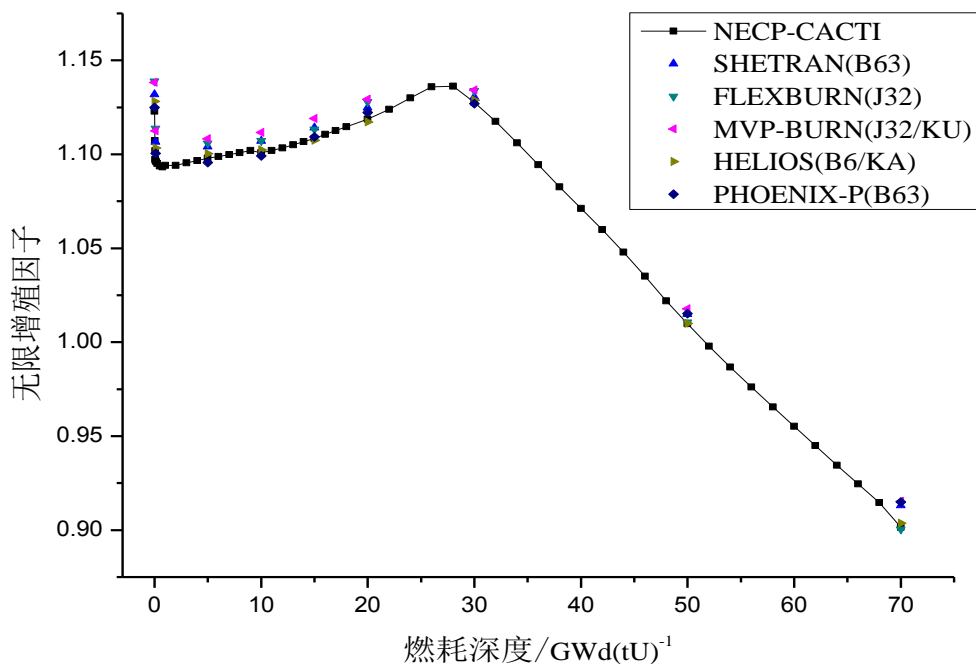


图 5-40 JAEA UO₂ 燃料含钐棒的组件 k_{inf} 计算结果

		HELIOS(B6)		NECP-CACTI		Error			
	1.102	1.086							
	1.111	1.090							
	0.82%	0.37%							
	0.290	1.074	1.116						
	0.283	1.079	1.119						
	-2.41%	0.47%	0.27%						
		1.129	1.122						
		1.128	1.121						
		-0.09%	-0.09%						
	1.143	1.065	0.288	1.131	1.152				
	1.143	1.068	0.281	1.129	1.153				
	0.00%	0.28%	-2.43%	-0.18%	0.09%				
	1.107	1.041	1.054	1.141	1.137				
	1.106	1.045	1.054	1.139	1.141				
	-0.09%	0.38%	0.00%	-0.18%	0.35%				
		0.291	1.103		0.293	1.045	0.288		
		0.284	1.104		0.287	1.048	0.281		
		-2.41%	0.09%		-2.05%	0.29%	-2.43%		
	1.114	1.076	1.113	1.150	1.072	1.058	1.037	1.069	
	1.115	1.076	1.113	1.147	1.074	1.057	1.036	1.069	
	0.09%	0.00%	0.00%	-0.26%	0.19%	-0.09%	-0.10%	0.00%	
	1.115	1.111	1.118	1.122	1.107	1.093	1.089	1.095	1.105
	1.114	1.113	1.119	1.120	1.106	1.095	1.091	1.097	1.107
	-0.09%	0.18%	0.09%	-0.18%	-0.09%	0.18%	0.18%	0.18%	0.18%

图 5-41 0GWd/tU 燃耗深度下 JAEA UO₂ 燃料组件裂变率分布

		HELIOS(B6)		NECP-CACTI		Error		
1.082	1.054							
1.082	1.055							
0.00%	0.09%							
0.837	1.057	1.050						
0.840	1.058	1.050						
0.36%	0.09%	0.00%						
	1.077	1.082						
	1.077	1.081						
	0.00%	-0.09%						
1.071	1.057	0.818	1.086	1.073				
1.071	1.058	0.819	1.087	1.073				
0.00%	0.09%	0.12%	0.09%	0.00%				
1.074	1.057	1.059	1.080	1.096				
1.074	1.057	1.059	1.081	1.097				
0.00%	0.00%	0.00%	0.09%	0.09%				
	0.827	1.069		0.838	1.067	0.775		
	0.827	1.069		0.840	1.066	0.767		
	0.00%	0.00%		0.24%	-0.09%	-1.03%		
1.040	1.022	1.015	1.036	1.016	0.987	0.970	0.946	
1.042	1.022	1.015	1.036	1.016	0.986	0.967	0.943	
0.19%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.10%	-0.31%	-0.32%	
0.981	0.977	0.976	0.976	0.969	0.956	0.943	0.931	0.925
0.981	0.979	0.977	0.976	0.969	0.956	0.943	0.932	0.926
0.00%	0.20%	0.10%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.11%	0.11%

图 5-42 30Gwd/tU 燃耗深度下 JAEA UO₂ 燃料组件裂变率分布

5.4 本章小结

本章基于 NECP 实验室开发的燃耗方程求解器，编制了传统预估校正燃耗方法模块，并针对传统预估方法的不足开发了高阶燃耗计算方法模块，针对可燃毒物的强吸收效应改进了传统的预估校正方法。通过基准题对上述方法进行对比分析，得出的主要结论如下：

- 1) 高阶燃耗方法中 LE/LI 方法相比于其他高阶方法以及传统的 PC 方法具有更高的计算精度，能够用于压水堆燃料组件的燃耗计算；
- 2) 针对可燃毒物 Gd 的燃耗计算，相同的燃耗步长下改进型 LLR 方法的计算精度要优于 PPC 方法，PPC 方法优于 PC 方法，采用改进的燃耗计算方法能够在保证计算精度的前提下提高计算效率；
- 3) LE/LI 方法与 LLR 方法针对可燃毒物 Gd 的计算在相同的燃耗步长下具有同等的计算精度。

6 组件程序 NECP-CACTI 的系统验证

本文研发的压水堆组件参数计算程序 NECP-CACTI，可应用于棒状燃料几何和板状燃料几何的压水堆组件计算，能够进行二维一步法全堆输运计算，生成各种类型的燃料组件在不同工况下的少群均匀化参数。表 6-1 列出了 NECP-CACTI 与国际知名组件程序 CASMO4^[51]的功能和使用的方法的比较。可以看出，NECP-CACTI 已经实现了压水堆组件物理计算的绝大部分功能。同时，部分计算模型采用了近年来新的研究成果，更加先进和准确。

NECP-CACTI 拥有详细的输出功能模块，包括特征值、功率分布、裂变率分布、通量分布、少群反应率、少群截面以及不连续因子、核子密度、功率归一因子、毒物裂变产额、探测器截面、动力学参数等，同样也包含了用户定义的任意能群和任意区域归并的少群均匀化参数的输出，满足组件计算分析的需求。

本节通过几个实际的反应堆算例，对 CACTI 进行了系统的校验。

表 6-1 NECP-CACTI 与 CASMO4 包含的功能模块的比较

程序	CASMO4	NECP-CACTI
评价库	ENDF/B-VI.8	ENDF/B-VII.0
多群数据库	70 群	69、172、361 群
共振模块	等价理论	子群方法
中子输运	MOC	MOC
基模修正	B ₁ 、P ₁	B ₁ 、P ₁
功率计算	传统方法	改进方法
均匀化模块	包含	包含
燃耗计算	PC 方法	PC、PPC、LLR、高阶燃耗方法
动力学参数	包含	包含
围板反射层计算	传统 1D 超组件模型	多种反射层计算模型
再启动计算	包含	包含
探测器截面	包含	包含
平衡氙计算	包含	包含
光子输运	包含	光子数据库待开发

6.1 BEAVRS 基准题算例

BEAVRS^[52]由 MIT 计算反应堆物理组发布的实验基准题，整个初始装料的堆芯由 3 种富集度共 9 种类型的燃料组件组成。本文采用 NECP-CACTI 计算了 9 种类型的燃料组件。表 6-2 给出了 NECP-CACTI 计算得到的 9 种燃料组件无限增殖因子与 CASMO4 的相对偏差，其中燃料组件的编号前两位代表该燃料组件的富集度，包括 1.6%、2.4%和 3.1%，后三位代表该燃料组件中的可燃毒物棒的数目，包括 0、6、12、15、16、20 根可燃毒物棒。从表中可以看出，9 种燃料组件的 k_{inf} 的相对偏差都在 200pcm 以内，表明 NECP-CACTI 具有较高的计算精度。

表 6-2 BEAVRS 基准题 9 种燃料组件 k_{inf} 的比较

燃料组件类型	NECP-CACTI	CASMO4	相对偏差/pcm
16000	0.98986	0.98952	34
24000	1.13149	1.13130	17
24012	1.00697	1.00857	-159
24016	0.96888	0.97033	-149
31000	1.21294	1.21279	12
31006	1.15617	1.15630	-11
31015	1.07232	1.07251	-18
31016	1.05661	1.05786	-118
31020	1.02124	1.02229	-103

表 6-3 BEAVRS 基准题 9 种燃料组件裂变率的比较

燃料组件 类型	CASMO4 参考解裂变率		相对偏差	
	Max.	Min.	Max.	Min.
16000	1.035	0.956	0.34%	0.01%
24000	1.038	0.948	0.40%	0.01%
24012	1.135	0.848	0.39%	0.02%
24016	1.164	0.874	0.39%	0.01%
31000	1.050	0.943	0.41%	0.01%
31006	1.152	0.770	0.56%	0.00%
31015	1.230	0.766	0.57%	0.00%
31016	1.159	0.880	0.50%	0.00%
31020	1.141	0.872	0.47%	0.00%

除此之外，本文还比较了 9 种燃料组件裂变率分布，表 6-3 给出了采用 CASMO4 组件程序计算得到的 9 种燃料组件的裂变率分布的最大值与最小值以及 NECP-CACTI 与参考解的最大相对偏差和最小相对偏差。从表中可以看出，NECP-CACTI 最大相对偏差均在千分位，所有燃料组件的最大相对偏差不超过 0.6%，证明 NECP-CACTI 具有较高的计算精度。

6.2 CASL 基准题算例

CASL^[39]是美国橡树岭国家实验室发布的基准题，该基准题用来模拟先进的轻水堆，其中包括了不同慢化剂温度、不同硼浓度以及各种类型毒物布置的燃料栅元以及燃料组件。本文以 CASMO4 计算得到的结果作为参考解，采用 NECP-CACTI 计算了 4 种单栅元和 14 种燃料组件，分别比较了 k_{inf} 与裂变率分布。

表 6-4 CASL 基准题 4 种燃料栅元 k_{inf} 的比较

单栅元	NECP-CACTI	CASMO4	相对偏差/pcm
A	1.18338	1.18184	130
B	1.17852	1.17679	147
C	1.16655	1.16659	-3
D	1.15642	1.15775	-115

表 6-5 CASL 基准题 15 种燃料组件 k_{inf} 的比较

燃料组件类型	NECP-CACTI	CASMO4	相对偏差/pcm
2A	1.17677	1.17645	27
2B	1.17746	1.17725	18
2C	1.16649	1.16697	-41
2D	1.15713	1.15967	-219
2E	1.06449	1.06450	-1
2F	0.97150	0.97103	48
2H	0.78706	0.78500	262
2I	1.17429	1.17424	4
2J	0.97075	0.97026	51
2K	1.01522	1.01461	60
2L	1.01166	1.01410	-241
2M	0.93106	0.93469	-388
2N	0.86357	0.86579	-256
2O	1.04274	1.04305	-30
2P	0.92256	0.92434	-193

表 6-6 CASL 基准题 15 种燃料组件裂变率的比较

燃料组件 类型	CASMO4 参考解裂变率		相对偏差	
	Max.	Min.	Max.	Min.
2A	1.052	0.938	0.40%	0.02%
2B	1.048	0.947	0.54%	0.03%
2C	1.048	0.939	0.63%	0.03%
2D	1.048	0.939	0.99%	0.02%
2E	1.058	0.929	0.39%	0.00%
2F	1.153	0.905	0.36%	0.01%
2H	1.316	0.831	0.41%	0.00%
2I	1.046	0.940	0.62%	0.02%
2J	1.156	0.907	0.30%	0.01%
2K	1.110	0.918	0.54%	0.01%
2L	1.046	0.906	0.48%	0.02%
2M	1.039	0.942	0.61%	0.07%
2N	1.167	0.847	0.61%	0.01%
2O	1.105	0.220	1.75%	0.01%
2P	1.167	0.246	2.73%	0.01%

从表 6-4 和表 6-5 可以看出, NECP-CACTI 计算得到的单栅元的 k_{inf} 与参考解的偏差大约为 100pcm 左右, 燃料组件的 k_{inf} 与参考解的偏差在 400pcm 以内。从表 6-6 可以看出, 除了 2O 和 2P 燃料组件之外, 其他燃料组件类型的裂变率与参考解的最大相对偏差都控制在 1% 以内, 2O 和 2P 燃料组件由于各包含有 12 根和 24 根可燃毒物 Gd, 裂变率的相对值较小, 所以相对偏差较大, 分别为 1.75% 和 2.73%。图 6-1 图 6-2 分别表示 2O 和 2P 燃料组件裂变率分布以及与参考解的相对偏差, 从结果可以看出, 相对偏差大于 1% 的位置为可燃毒物棒, 裂变率的相对值大约为 0.2 左右, 其余位置的相对偏差都控制在千分位。

6 组件程序 NECP-CACTI 的系统验证

										CASMO4 NECP-CACTI Error	
0.000											
0.000											
1.105	1.071										
1.102	1.070										
-0.28%	-0.12%										
1.089	1.051	1.020									
1.086	1.050	1.019									
-0.28%	-0.06%	-0.08%									
0.000	1.039	0.981	0.000								
0.000	1.039	0.981	0.000								
	0.00%	-0.03%									
1.049	0.966	0.220	0.988	1.039							
1.048	0.968	0.216	0.988	1.037							
-0.08%	0.22%	-1.75%	0.02%	-0.23%							
1.072	1.021	0.978	1.055	1.082	0.000						
1.071	1.023	0.980	1.053	1.080	0.000						
-0.10%	0.19%	0.17%	-0.16%	-0.22%							
0.000	1.092	1.083	0.000	1.081	0.993	0.220					
0.000	1.091	1.083	0.000	1.079	0.995	0.217					
	-0.09%	-0.04%		-0.16%	0.21%	-1.46%					
1.103	1.079	1.073	1.093	1.048	0.990	0.924	0.960				
1.103	1.078	1.073	1.091	1.048	0.992	0.928	0.963				
-0.02%	-0.07%	-0.02%	-0.16%	0.01%	0.21%	0.47%	0.32%				
1.075	1.071	1.068	1.064	1.043	1.016	0.993	0.998	1.016			
1.076	1.072	1.068	1.064	1.043	1.017	0.995	1.000	1.016			
0.11%	0.09%	0.00%	-0.01%	0.05%	0.08%	0.20%	0.22%	0.05%			

图 6-1 2O 燃料组件裂变率分布

										CASMO4 NECP-CACTI Error	
0.000											
0.000											
1.167	1.109										
1.164	1.109										
-0.29%	0.01%										
1.143	1.053	0.246									
1.137	1.053	0.240									
-0.51%	0.02%	-2.39%									
0.000	1.115	1.062	0.000								
0.000	1.112	1.063	0.000								
	-0.26%	0.11%									
1.067	1.083	1.090	1.062	0.246							
1.063	1.080	1.089	1.064	0.239							
-0.39%	-0.26%	-0.11%	0.16%	-2.65%							
0.248	1.041	1.097	1.107	1.062	0.000						
0.242	1.041	1.096	1.104	1.062	0.000						
-2.56%	0.04%	-0.09%	-0.24%	0.03%							
0.000	1.113	1.106	0.000	1.084	1.038	0.246					
0.000	1.110	1.105	0.000	1.084	1.041	0.239					
	-0.28%	-0.07%		0.04%	0.28%	-2.73%					
1.146	1.111	1.036	0.246	1.009	1.039	1.004	1.057				
1.140	1.108	1.035	0.240	1.012	1.043	1.010	1.062				
-0.49%	-0.31%	-0.10%	-2.26%	0.34%	0.39%	0.62%	0.51%				
1.131	1.113	1.063	0.997	1.043	1.074	1.082	1.103	1.128			
1.130	1.114	1.065	0.999	1.046	1.078	1.087	1.108	1.133			
-0.07%	0.06%	0.15%	0.21%	0.26%	0.35%	0.45%	0.48%	0.45%			

图 6-2 2P 燃料组件裂变率分布

除此之外，本文还对比分析了 CASL 基准题 15 种燃料组件计算得到的少群截面，图 6-3 和图 6-4 分别给出了 NECP-CACTI 和 CASMO4 计算得到的两群宏观吸收截面 (Abs XS) (单位: cm^{-1}) 和两群宏观中子产生截面 (NuFiss XS) (单位: cm^{-1}) 的计

算结果,从图中可以看出,NECP-CACTI的计算结果和CASMO4的计算结果吻合较好,具有较高的计算精度。

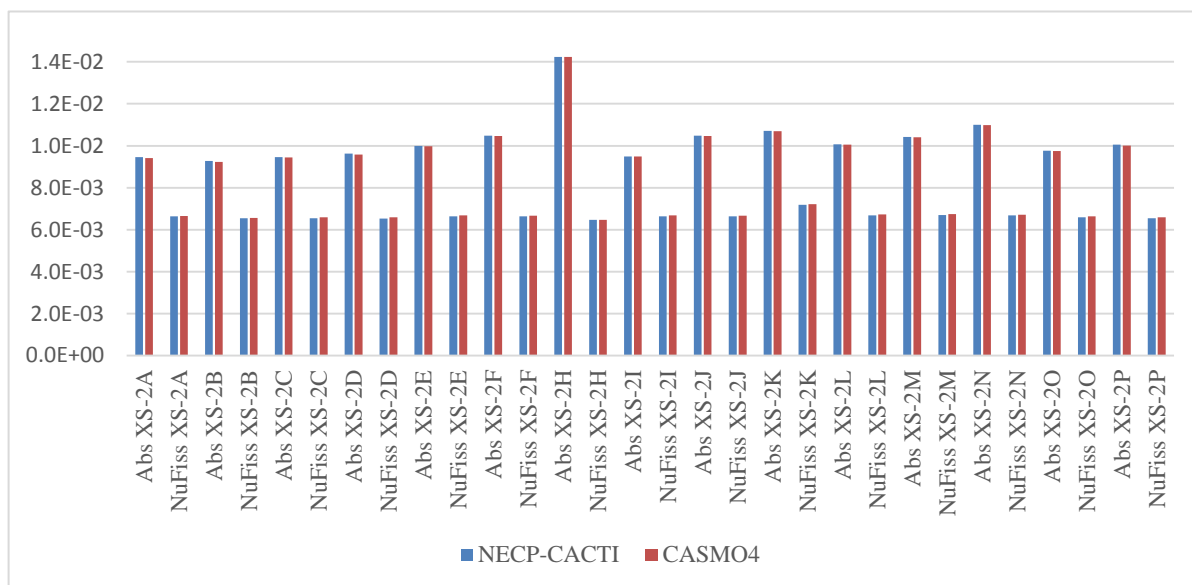


图 6-3 CASL 15 种燃料组件第一群少群截面的比较

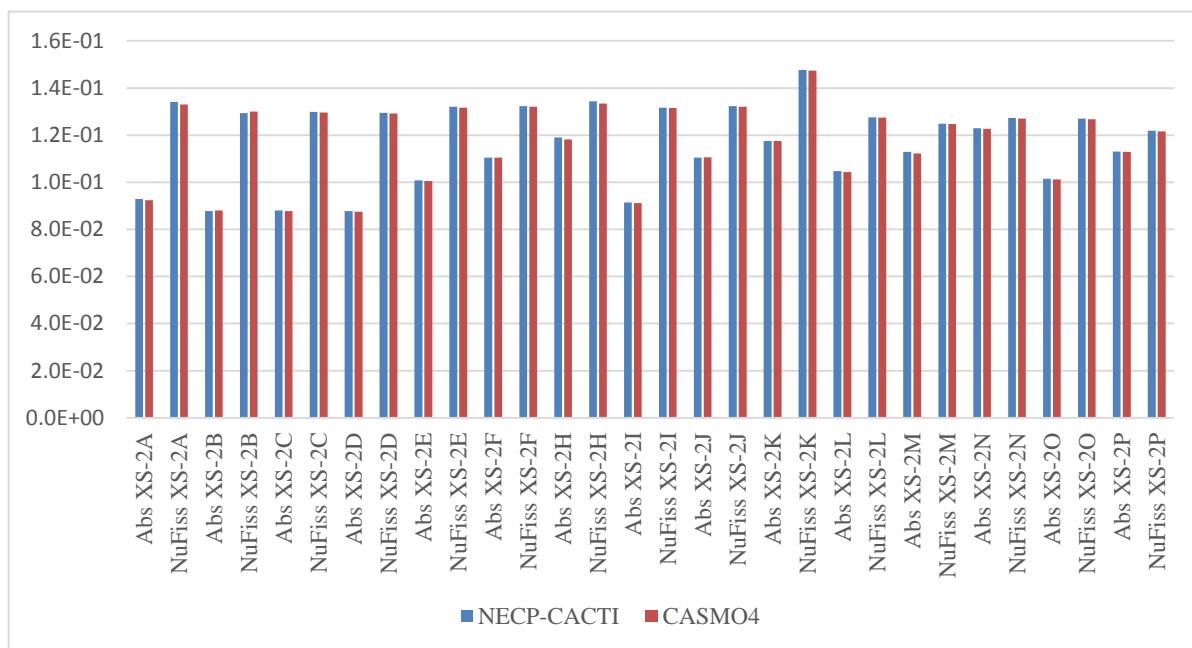


图 6-4 CASL 15 种燃料组件第二群少群截面的比较

6.3 模块化小堆问题

本文采用 NECP-CACTI 计算了棒状燃料组件组成的 2D 堆芯问题,堆芯中各个燃料组件的材料信息以及几何信息的详细描述参见附录 B。本文同时采用 CASMO4 组件程序计算了该问题,并以此作为参考解,分别比较了全堆无限增殖因子以及组件的功率分布。

6 组件程序 NECP-CACTI 的系统验证

		0.755	0.888	0.865	0.888	0.755		CASMO4
		0.761	0.893	0.870	0.893	0.761		NECP-CACTI
		0.80%	0.59%	0.55%	0.59%	0.80%		Error
	0.919	0.905	1.053	1.041	1.053	0.905	0.919	
	0.924	0.905	1.052	1.038	1.052	0.905	0.924	
	0.58%	0.05%	-0.07%	-0.29%	-0.07%	0.05%	0.58%	
0.755	0.905	1.082	1.088	1.183	1.088	1.082	0.905	0.755
0.761	0.905	1.078	1.083	1.178	1.083	1.078	0.905	0.761
0.80%	0.05%	-0.38%	-0.49%	-0.39%	-0.49%	-0.38%	0.05%	0.80%
0.888	1.053	1.088	1.246	1.211	1.246	1.088	1.053	0.888
0.893	1.052	1.083	1.241	1.206	1.241	1.083	1.052	0.893
0.59%	-0.07%	-0.49%	-0.37%	-0.43%	-0.37%	-0.49%	-0.07%	0.59%
0.865	1.041	1.183	1.211	1.306	1.211	1.183	1.041	0.865
0.870	1.038	1.178	1.206	1.301	1.206	1.178	1.038	0.870
0.55%	-0.29%	-0.39%	-0.43%	-0.38%	-0.43%	-0.39%	-0.29%	0.55%
0.888	1.053	1.088	1.246	1.211	1.246	1.088	1.053	0.888
0.893	1.052	1.083	1.241	1.206	1.241	1.083	1.052	0.893
0.59%	-0.07%	-0.49%	-0.37%	-0.43%	-0.37%	-0.49%	-0.07%	0.59%
0.755	0.905	1.082	1.088	1.183	1.088	1.082	0.905	0.755
0.761	0.905	1.078	1.083	1.178	1.083	1.078	0.905	0.761
0.80%	0.05%	-0.38%	-0.49%	-0.39%	-0.49%	-0.38%	0.05%	0.80%
	0.919	0.905	1.053	1.041	1.053	0.905	0.919	
	0.924	0.905	1.052	1.038	1.052	0.905	0.924	
	0.58%	0.05%	-0.07%	-0.29%	-0.07%	0.05%	0.58%	
		0.755	0.888	0.865	0.888	0.755		
		0.761	0.893	0.870	0.893	0.761		
		0.80%	0.59%	0.55%	0.59%	0.80%		

图 6-5 2D 棒状燃料堆芯组件功率分布

表 6-7 给出了 CASMO4 与 NECP-CACTI 计算的二维堆芯无限增殖因子的计算结果，可以看出 NECP-CACTI 与 CASMO4 计算结果的相对偏差为 25pcm，证明 NECP-CACTI 特征值计算准确。

表 6-7 2D 棒状燃料堆芯特征值计算结果

程序	k_{inf}	Error/pcm
CASMO4	1.24820	
NECP-CACTI	1.24789	-25

图 6-5 给出了组件功率的计算结果，从图中可以看出，组件功率的最大相对偏差为 0.8%，出现在堆芯布置的四个角落位置，其组件功率相对值比较小，除此之外的组件功率相对偏差都在 0.5% 左右，证明 NECP-CACTI 功率计算准确。

6.4 板状燃料组件问题

本文采用 NECP-CACTI 计算了板状燃料组件和由板状燃料组件组成的板状堆芯，参考解由 MCNP5 计算得到。

表 6-8 单个板状燃料组件特征值计算结果

程序	k_{inf}	相对偏差/pcm
MCNP5	1.65115 ± 0.00002	
NECP-CACTI	1.65183	41

本文首先计算了单个板状燃料组件，从表 6-8 可以看出，NECP-CACTI 计算得到的特征值与 MCNP5 计算得到的特征值的相对偏差为 41pcm，图 6-6 给出了单个板状燃料组件的棒功率以及 NECP-CACTI 的计算结果与 MCNP5 计算结果的相对偏差。由于板状燃料组件的几何结构可知，其燃料组件不存在燃料棒的概念，为此本文人为将燃料组件划分为 5×5 的燃料栅元，统计每个燃料栅元的棒功率。

0.706	0.912	0.914	0.943	0.706	MCNP5
0.700	0.910	0.914	0.942	0.700	NECP-CACTI
-0.74%	-0.24%	-0.01%	-0.13%	-0.74%	Error
0.943	1.257	1.267	1.257	0.912	
0.942	1.261	1.272	1.261	0.910	
-0.13%	0.29%	0.40%	0.29%	-0.24%	
0.914	1.267	0.000	1.267	0.914	
0.914	1.272	0.000	1.272	0.914	
-0.01%	0.40%		0.40%	-0.01%	
0.912	1.257	1.267	1.257	0.943	
0.910	1.261	1.272	1.261	0.942	
-0.24%	0.29%	0.40%	0.29%	-0.13%	
0.706	0.943	0.914	0.912	0.706	
0.700	0.942	0.914	0.910	0.700	
-0.74%	-0.13%	-0.01%	-0.24%	-0.74%	

图 6-6 单个板状燃料组件功率分布

从图 6-6 可以看出，板状燃料组件的棒功率相对偏差大多数在千分之五以下，组件周围四个燃料栅元的功率相对较低，其相对偏差为 0.74%。上述结果可以表明 NECP-CACTI 同样能够计算压水堆板状燃料组件问题，并能够得到较高的计算精度。

6.5 板状燃料堆芯问题

为了进一步验证 NECP-CACTI，本文计算了由板状燃料组件组成 2D 板状堆芯问题，该堆芯由 52 个板状燃料组件组成，堆芯周围围有一圈反射层组件，四周为真空边界条件。本文采用 NECP-CACTI 计算了右上角的四分之一堆芯，参考解由 Serpent 计算得到，比较了特征值的计算结果以及两群通量的计算结果。

表 6-9 2D 板状堆芯特征值计算结果

程序	k_{inf}	相对偏差/pcm
Serpent	1.43314	
NECP-CACTI	1.43691	263

表 6-9 给出了 2D 板状堆芯特征值的计算结果，NECP-CACTI 与 Serpent 的计算结果相差 263pcm；图 6-7 和图 6-8 分别给出了 2D 板状堆芯的组件快群通量分布与热群通量分布，图中的 Error 表示 NECP-CACTI 与 Serpent 计算得到的通量分布的相对偏差。可以看出，燃料组件区域的最大相对偏差均不超过 1%，快群的最大相对偏差为 -2.82%；热群的最大相对偏差为 3.64%，均出现在反射层组件当中。结果表明，针对压水堆 2D

板状堆芯,无论是特征值计算还是通量分布,NECP-CACTI 都能给出较高的计算精度。

2.73E-03	1.04E-03			Serpent NECP-CACTI Error	
2.70E-03	1.01E-03				
-0.96%	-2.82%				
1.63E-02	4.73E-03				
1.62E-02	4.71E-03				
-0.77%	-0.49%				
4.18E-02	1.78E-02	7.49E-03	2.09E-03		
4.17E-02	1.79E-02	7.50E-03	2.06E-03		
-0.02%	0.70%	0.15%	-1.68%		
8.24E-02	6.20E-02	3.48E-02	7.49E-03		
8.24E-02	6.20E-02	3.48E-02	7.50E-03		
-0.09%	0.02%	0.09%	0.15%		
1.21E-01	9.98E-02	6.20E-02	1.78E-02	4.73E-03	1.04E-03
1.21E-01	9.98E-02	6.20E-02	1.79E-02	4.71E-03	1.01E-03
0.19%	-0.01%	0.02%	0.70%	-0.49%	-2.82%
1.43E-01	1.21E-01	8.24E-02	4.18E-02	1.63E-02	2.73E-03
1.44E-01	1.21E-01	8.24E-02	4.17E-02	1.62E-02	2.70E-03
0.17%	0.19%	-0.09%	-0.02%	-0.77%	-0.96%

图 6-7 2D 板状堆芯快群通量分布

1.02E-02	6.78E-03			Serpent NECP-CACTI Error	
1.01E-02	7.02E-03				
-0.67%	3.64%				
1.23E-02	2.14E-02				
1.22E-02	2.17E-02				
-0.69%	1.46%				
3.13E-02	5.07E-02	3.07E-02	1.38E-02		
3.12E-02	5.03E-02	3.09E-02	1.41E-02		
-0.45%	-0.86%	0.63%	2.07%		
6.24E-02	4.66E-02	2.62E-02	3.07E-02		
6.19E-02	4.63E-02	2.61E-02	3.09E-02		
-0.75%	-0.60%	-0.32%	0.63%		
9.19E-02	7.57E-02	4.66E-02	5.07E-02	2.14E-02	6.78E-03
9.13E-02	7.52E-02	4.63E-02	5.03E-02	2.17E-02	7.02E-03
-0.61%	-0.74%	-0.60%	-0.86%	1.46%	3.64%
1.09E-01	9.19E-02	6.24E-02	3.13E-02	1.23E-02	1.02E-02
1.08E-01	9.13E-02	6.19E-02	3.12E-02	1.22E-02	1.01E-02
-0.58%	-0.61%	-0.75%	-0.45%	-0.69%	-0.67%

图 6-8 2D 板状堆芯热群通量分布

6.6 本章小结

本章对 NECP-CACTI 进行了较为系统的验证,分别计算了 BEAVRS 基准题、CASL 基准题、模块化小堆问题以及板状堆芯问题。得出的主要结论如下:

- 1) NECP-CACTI 具有较高的计算精度,计算各种工况下的各种类型的燃料组件均能够得到较精确的计算结果;
- 2) NECP-CACTI 具有二维棒状全堆计算的能力,计算结果准确可靠;
- 3) NECP-CACTI 具有二维板状全堆计算的能力,计算结果准确可靠。

7 结论与展望

7.1 本文主要研究内容

本文的主要研究内容如下：

- 1) 推导了基于组件模块化的特征线方法的理论模型，实现了高阶散射源项的计算，并采用双重 CMFD 方法对其迭代计算过程进行了加速；
- 2) 推导了输运修正的理论公式，采用松弛因子方法保证了 Inflow 输运修正中子流计算以及 MOC 输运计算的收敛，定量对比分析了三种输运修正方法，包括 P_0 输运修正、Inflow 输运修正以及 Outflow 输运修正；
- 3) 提出了直接考虑中子俘获释热过程的棒功率计算方法，并完善了组件程序 NECP-CACTI 的功能，包括泄漏修正、动力学参数计算、探测器截面计算、再启动计算等；
- 4) 在传统预估校正方法的基础上，针对可燃毒物 Gd 的燃耗特点，研究了高阶燃耗计算方法，定量对比分析了 9 种方法的适用范围，具体包括 PC、PPC、LLR、CE、LE、CE/LI、CE/QI、LE/LI 以及 LE/QI 方法；
- 5) 利用 5 类基准问题 31 个计算工况，对所开发的组件计算程序 NECP-CACTI 进行了系统验证。

7.2 结论

通过上述研究，得到的主要结论如下：

1) 组件模块化 MOC 方法

开发了基于组件模块化特征线方法的输运求解模块 NECP-CART，并进行了相应的数值验证。数值结果表明：NECP-CART 具有较高的计算精度；具有灵活的网格划分；能够实现高阶散射源项的计算；采用 CMFD 加速具有良好的加速效果。

2) 输运修正计算方法

开发了输运修正计算模块，并进行了相应的数值验证。理论推导以及数值结果表明：3 种典型的输运修正方法中，Inflow 输运修正的近似最少，Outflow 输运修正次之，最后是 P_0 输运修正；与其他输运修正方法相比，采用 Inflow 输运修正方法能够得到较高的计算精度，尤其是针对高泄漏问题。

3) NECP-CACTI 模块的改进与完善

针对改进的燃料组件棒功率计算方法的验证结果表明：改进方法对含有可燃毒物的燃料组件棒功率计算具有更高的计算精度。针对泄漏修正、动力学参数以及探测器截面等模块的验证结果表明：泄漏修正计算功能能够给出准确的均匀化参数；计算得到的动力学参数以及探测器截面具有较高的计算精度。

4) 燃耗计算方法

针对传统方法的缺陷开发了高阶燃耗计算方法以及改进的 PPC 和 LLR 方法, 并进行了相应的数值分析。数值结果表明: 高阶燃耗方法 LE/LI 与传统的 PC 方法相比具有较高的计算精度; 针对可燃毒物 Gd 的计算, LLR 方法计算精度最高; 在相同的燃耗步长下, 针对可燃毒物 Gd 的计算, LE/LI 方法与 LLR 方法具有相当的计算精度。

5) NECP-CACTI 的系统验证

利用 5 类基准问题 31 个计算工况, 对所开发的组件计算程序 NECP-CACTI 进行了系统验证。数值结果表明: NECP-CACTI 针对压水堆各种类型的燃料组件具有较高的计算精度, 并具有计算二维棒状和板状全堆的能力。

7.3 展望

本文开发了压水堆组件参数计算程序 NECP-CACTI, 通过相应的数值验证证明了 NECP-CACTI 能够用于压水堆燃料组件的分析。但是 NECP-CACTI 仍然有很多工作需要进一步深入研究:

- 1) NECP-CACTI 包含 3 种能群结构的多群数据库 (69 群、172 群、361 群), 由于本文计算的算例有限, 所以需要多群数据库进行更充分的验证工作;
- 2) 在未来的改进工作中应进一步提高程序的计算效率。

致 谢

时光匆匆，转眼之间已经在 NECP 实验室这个大家庭待了 3 年时间，在这 3 年，不管科研学习方面，还是为人处世方面，我都收获颇多。

首先感谢吴宏春教授，吴老师不仅有着渊博的学识，也有着严谨的治学态度。每当在科研工作中碰到问题的时候，吴老师给出的建议总会让我茅塞顿开。

同时我要感谢曹良志教授，曹老师勤勉的工作作风以及干练的生活态度总会给我树立一个良好的榜样，您每次在工作中对我的指点都让我受益良多。

当然我也要感谢我的指导老师郑友琦副教授和沈炜教授，郑老师给我的感觉就像一个兄长一样平易近人。数次在科研工作中的探讨，郑老师都会很耐心地听我讲完，然后给出合理的意见或者建议，在生活中也对我特别的关心和照顾。感谢沈炜老师在数次的讨论中给我提供的宝贵意见。

我还要感谢李云召副教授，李老师是我的小组老师，也是平时科研工作交流最频繁的老师，在科研中不管多么细微的工作，李老师总是会跟我认真的讨论，直到想出一个近乎完美的解决方案，我的科研工作倾注了李老师大量的心血，您对我的指导和教导我会一直铭记。

再次，我要感谢祖铁军老师和刘宙宇老师，还记得我刚进物理组的时候，两位老师还是我的师兄，感谢你们在我的科研工作中给予我的指导和帮助。

感谢陪我走过这三年的好朋友王永平、胡田亮、蒋小东、上官文鼎等等，感谢教研室所有的兄弟姐妹，过往的一幕幕都会成为我的宝贵记忆。

感谢我的女友赵娜女士数年来的陪伴和支持。

最后，我要向我的父母致敬，感谢你们对我的养育之恩以及这么多年来对于我无私的付出和默默的支持，我会用我的余生来孝敬和报答你们。

参考文献

- [1] 谢仲生.压水堆核电站堆芯燃料管理计算及优化[M]. 北京: 原子能出版社, 2001-06.
- [2] Askew J, Fayers F, Kemshell P. A General Description of the Code WIMS[R].Winfrith, England., 1966.
- [3] Aladama D, Leszczynski F, Trkov A. WIMS-D Library Update[R]. Final Report of a Coordinated Research Project, IAEA, 2003.
- [4] Studsvik of American. CASMO-3 User's Manual[R]. Studsvik of American,1994.
- [5] Studsvik Scandpower of American. HELIOS Methods[R]. Studsvik Scandpower of American, 2001.
- [6] Hebert A, Coste M. Computing Probability Tables for Self-Shielding Calculations in APOLLO2[C], 1999: 871-880.
- [7] J Rhodes, K Smith, D Lee. CASMO-5 Development and Applications[C]. Proceedings of PHYSOR2006. Vancouver BC Canada. 2006.
- [8] Knott D, Wehlage E. Description of the LANCER02 Lattice Physics Code for Single-Assembly and Multibundle Analysis[J]. Nuclear Science and Engineering, 2007, 155(3): 331-354.
- [9] Wemple C, Gheorghiu H, Stamm'ler R, et al. The HELIOS-2 Lattice Physics Code[C]. Proceedings of PHYSOR2008. Interlaken, Switzerland, 2008.
- [10] CA Wemple. H Gheorghiu. R Stamm'ler etc. Recent Advances in the HELIOS-2 Lattice Physics Code[C]. Proceedings of PHYSOR2008. Interlaken, Switzerland, 2008.
- [11] JF Vidal, C Bay, P Archier etc. Transport core solver validation for the astrid conceptual design study with APOLLO3[C]. Proceedings of PHYSOR2014. Kyoto, Japan. 2014.
- [12] K Yoshioka, T Umamo, T Kikuchi etc. Analysis of Tungsten gray rods critical experiments using PARAGON with ultra-fine energy mesh methodology[C]. Proceedings of PHYSOR2014. Kyoto, Japan. 2014.
- [13] R Chambon. A Hebert. A new open-source pin power reconstruction capability in DRAGON5 and DONJON5 neutronic codes[J]. Nuclear Engineering and Design. 2015, 289: 208-217.
- [14] 曹良志. TAPME 程序使用手册[R]. 西安交通大学能源与动力工程学院核热能系: 西安, 2001.
- [15] 曹良志. TAPME 程序理论手册[R]. 西安交通大学能源与动力工程学院核热能系: 西安, 2001.
- [16] 张少泓, 陈国华. 压水堆组件计算软件 ROBIN 的研制[C]. 2012中国反应堆物理年会, 2012.
- [17] 司胜义, 陈其昌, 赵金坤等. SONG—多功能栅格物理程序概述[J]. 核动力工程, 2014, 0(S2): 112-115.
- [18] 李硕, 张斌, 刘志彦等. CONSINE 软件包组件参数计算程序 LATC 中 S_N 运输模块的开发与初步验证[J]. 原子能科学技术, 2013, 47(6): 338-341.
- [19] 张宏越. 压水堆组件参数计算程序研制与分析研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2013.
- [20] Qingming He, Liangzhi Cao, Hongchun Wu, et al. Improved Resonance Calculation of Fluoride Salt-Cooled High-Temperature Reactor Based on Subgroup Method[J]. Ann. Nuc. Energy, 2016,88:204-217.
- [21] Kai Huang, Hongchun Wu, Liangzhi Cao, et al. Improvements to the Transmutation Trajectory Analysis of depletion evaluation[J]. Ann. Nucl. Energy, 2016,87:637-647.
- [22] 陈其昌. 任意几何特征线方法及其在直接循环堆组件计算中的应用研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2010.
- [23] 张宏博. 基于区域分解的矩阵特征线解法及二维/一维耦合中子学计算方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2012.

- [24] 刘宙宇. 中子输运方程的三维模块化特征线计算方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2013.
- [25] Issa JG, Riyait NS, Goddard AJH, et al. Multigroup Application of the Anisotropic FEM Code FELTRAN to One, two, Tree-Dimensions and R-Z Problems[C]. London, Engl, 1986: 251-264.
- [26] Stepanek J, Auerbach T, Haelg W. Calculation of Four Thermal Reactor Benchmark Problems in X-Y Gemotry[C]. Upton, NY, USA: EPRI, 1983: 26. 21-26. 20.
- [27] Flechter JK. Further Work on the Solution of the State Multigroup Neutron Transport Equation Using Spherical Harmonics[R]. TGR Report 2849. United Kingdom Atomic Energy Authority, 1976.
- [28] Kobayashi K, Sugimura N, Nagaya Y. 3-D Radiation Transport Benchmark Problems and Results for Simple Geometries with Void Regions[R]. NEA-OECD, 2000.
- [29] Lewis EE, Smith MA, Tsoufanidis N, et al. Benchmark on Deterministic Transport Calculations Without Spatial Homogenisation[R]. OECD/NEA, 2003.
- [30] Sood A, Parsons DK, Forster RA. Analytical benchmark test set for criticality code verificationp[J]. Progress in Nuclear Energy,2003,42(1): 55-106.
- [31] Yamamoto A, Kitamura Y, Yamane Y. Simplified Treatments of Anisotropic Scattering in LWR Core Calculations[J], Journal of Nuclear Science and Technology, 2008,45(3):217-229.
- [32] Ushio T, Takeda T, Mori T. Neutron anisotropic scattering effect in heterogeneous cell calculations of light water reac-tors[J]. J. Nucl. Sci. Technol. ,2003, 40, 464.
- [33] Takeda T, Okamoto T, Inoue A, et al. Effect of anisotropic scattering in neutronics analysis of BWR assem-bly[J]. Ann. Nucl. Energy, 2006,33(16): 1315-1321.
- [34] Bell GI, Hansen GE, Sandmeier HA. Multitable treatments of anisotropic scattering in SN multigroup transport cal-culations[J]. Nucl. Sci. Eng.,1967 28, 376.
- [35] Chiba G. Effect of neutron anisotropic scattering and treatment of angular dependency of neutron flux in effective cross section on criticality in fast reactor analysis[J]. Trans. At. Energy Soc.,2004, Jpn., 3, 200.
- [36] Marleau G, Hebert A, Roy R. DRAGON Programmer's Manual[J]. Ecole Polytechnique de Montreal, 2002.
- [37] Choi S, Smith K, Lee HC, et al. Impact of Inflow Transport Approximation on Reactor Analysis[C]. American Nuclear Society, Nashville TN,2015.
- [38] Choi S, Smith K, Lee HC, et al. Impact of inflow transport approximation on light water reactor analysis[J]. Journal of Computational Physics,2015,299:352-373.
- [39] AT Godfrey. Vera Core Physics Benchmark Progression Problem Specifications, Revision 3[R].CASL-U-2012-0131-004, CASL, (2014)
- [40] MN. Baldwin, et al. Critical experiments supporting close proximity water storage of power reactor fuel. Technical progress report[R]. Babcock and Wilcox Co., Lynchburg, VA USA, (1979).
- [41] Rhodes J, Smith K, Xu Z. CASMO-5 Energy Release Per Fission Model[C]. Proceedings of PHYSOR2008. Interlaken Switzerland, 2008.
- [42] Yamamoto T. Monte Carlo method with complex weights for neutron leakage-corrected calculations and anisotropic diffusion coefficient generations[J]. Ann. Nucl. Energy, 2012,50: 141-149.
- [43] Yamamoto T. Monte Carlo algorithm for buckling search and neutron leakage-corrected calculations[J]. Ann. Nucl. Energy, 2012,47:14-20.
- [44] Lee D, Rhodes J, Smith K. Quadratic Depletion Model for Gadolinium Isotopes in CASMO5[J]. ANFM2009, 2009.
- [45] Yamamoto A, Tatsumi M, Sugimura N. Projected Predictor-corrector Method for Lattice Physics Burnup Calculations[J]. Nuclear Science and Engineering, 2009, 163(2): 144-151.
- [46] David C. Carpenter, Joseph H. Wolf III. The Log Linear Rate Constant Power Depletion Method[C]. Proceedings of PHYSOR2010.Kensington Avenue, 2010.

- [47] 陈国华, 张少泓. 压水堆组件计算软件 ROBIN 的燃耗计算方法[C]. 2012中国反应堆物理年会, 2012.
- [48] Isotalo AE, Aarnio PA. Comparison of depletion algorithms for large systems of nuclides[J]. Ann. Nucl. Energy , 2011,38(2): 261–268.
- [49] Isotalo AE., Aarnio PA. Higher order methods for burnup calculations with Bateman solutions[J]. Ann. Nucl. Energy , 2011,38(9):1987–1995.
- [50] Yamamoto A, Ikehara T. Benchmark Problem Suite for Reactor Physics Study of LWR Next Generation Fuels[J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2002, 39(8):900-912.
- [51] Studsvik Scandpower of American. CASMO-4 A Fuel Assembly Burnup Program User's Manual[R]. Studsvik Scandpower of American,2009.
- [52] Horelik N, Herman B. MIT benchmark for evaluation and validation of reactor simulations[R]. MIT computational reactor physics group. Rev. 1.1.1,(2013).

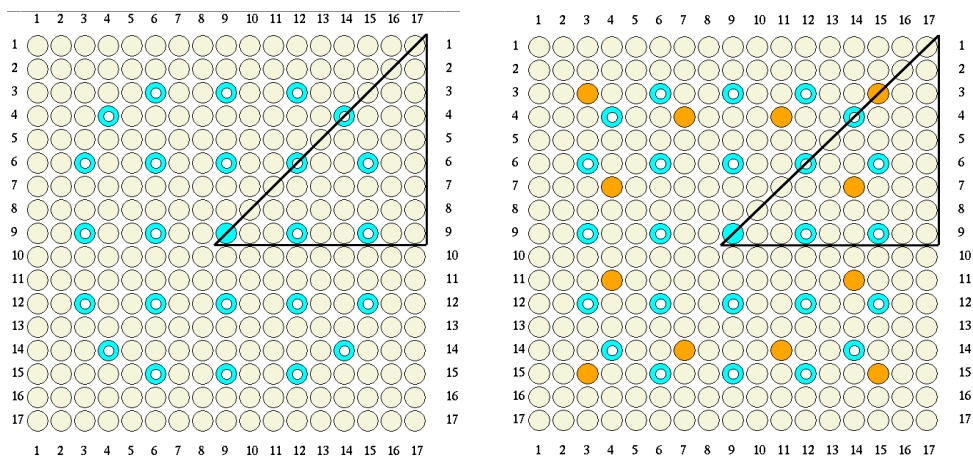
附录 A 大亚湾燃料组件材料和几何信息

大亚湾燃料组件材料与几何详细信息参见附录 A-表 1，大亚湾不含可燃毒物和含有可燃毒物的燃料组件的布置参见附录 A-图 1，其中燃料组件中心位置为仪表测量管道，其他的蓝色栅元代表控制棒导向管栅元，黄色栅元代表可燃毒物棒栅元。大亚湾燃料组件轴向的几何结构参见附录 A-图 2。

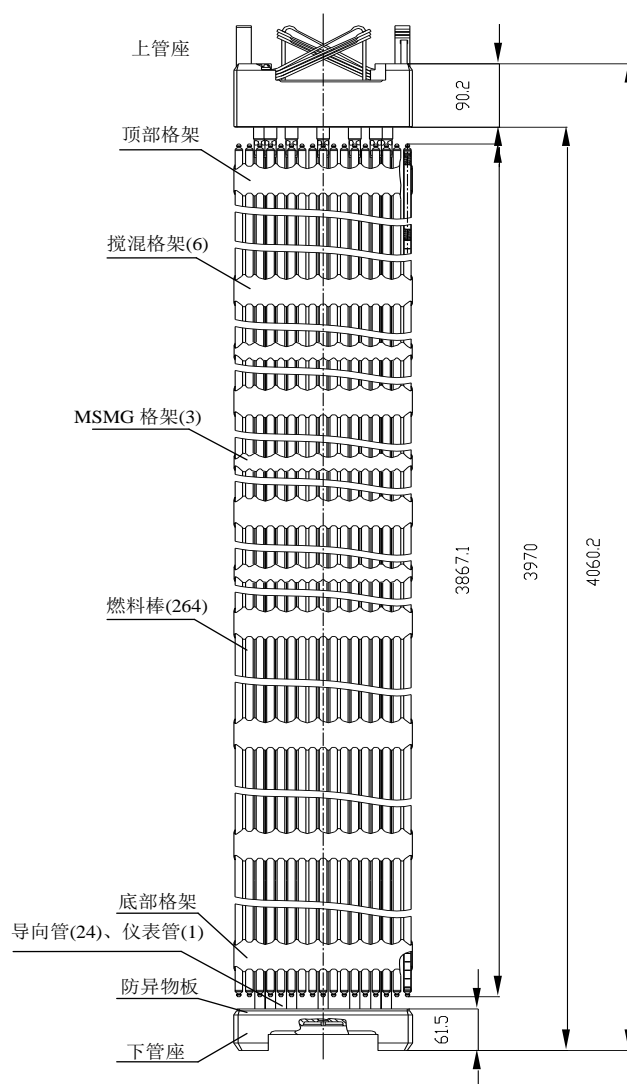
附录 A-表 1 燃料组件材料与几何详细信息

组件类型	
U-235 富集度/%	3.1
UO ₂ 密度/g·cm ⁻³	10.96
燃料芯块半径/cm	0.4096
包壳外半径/cm	0.475
包壳内半径/cm	0.418
包壳材料	M5
包壳材料密度/ g·cm ⁻³	6.53
Gd ₂ O ₃ 理论密度/ g·cm ⁻³	8.33
Gd ₂ O ₃ 含量/%	12Gd: 9%
钎棒中 U-235 富集度/%	12Gd: 0.71%
燃料温度/K	924.14
包壳温度/K	612.6
慢化剂温度/K	584.26
慢化剂密度/ g·cm ⁻³	0.7702
硼浓度/ppm	700
组件栅格规格	17×17
燃料组件中心距/cm	21.504
燃料棒中心距/cm	1.260
导向管的外半径/cm	0.6225
导向管的内半径/cm	0.5605
导向管的材料	M5
仪表测量管的外半径/cm	0.6225
仪表测量管的内半径/cm	0.5725
仪表测量管的材料	M5

附录 A 大亚湾燃料组件材料和几何信息



附录 A-图 1 大亚湾燃料组件几何布置



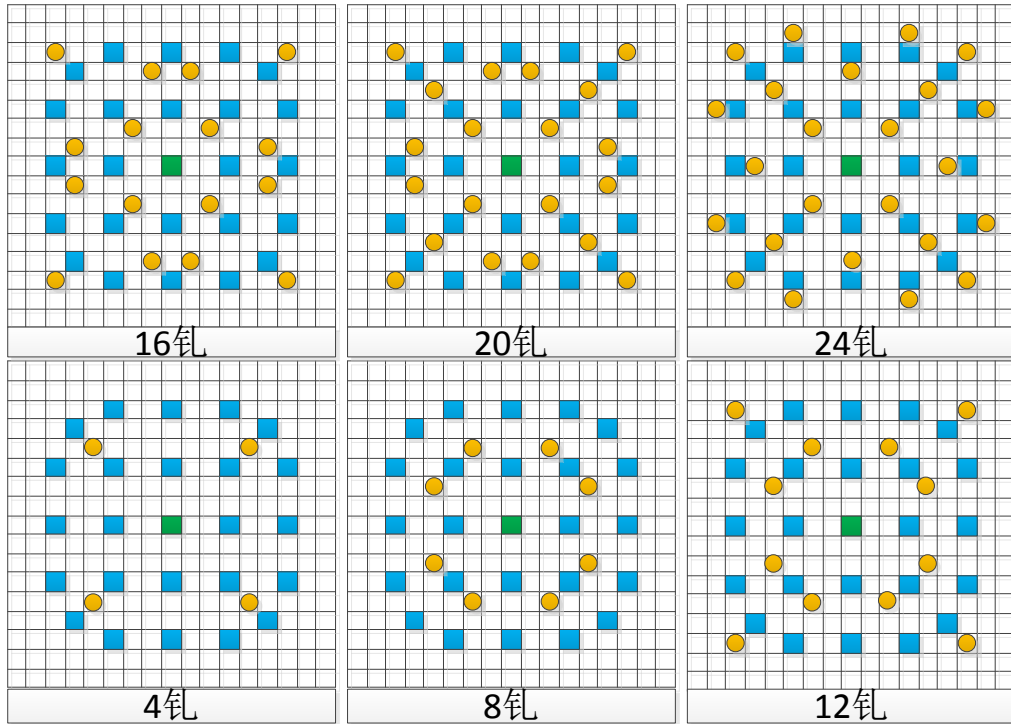
附录 A-图 2 大亚湾燃料组件轴向几何结构 (mm)

附录 B 模块化小堆中燃料组件材料和几何信息

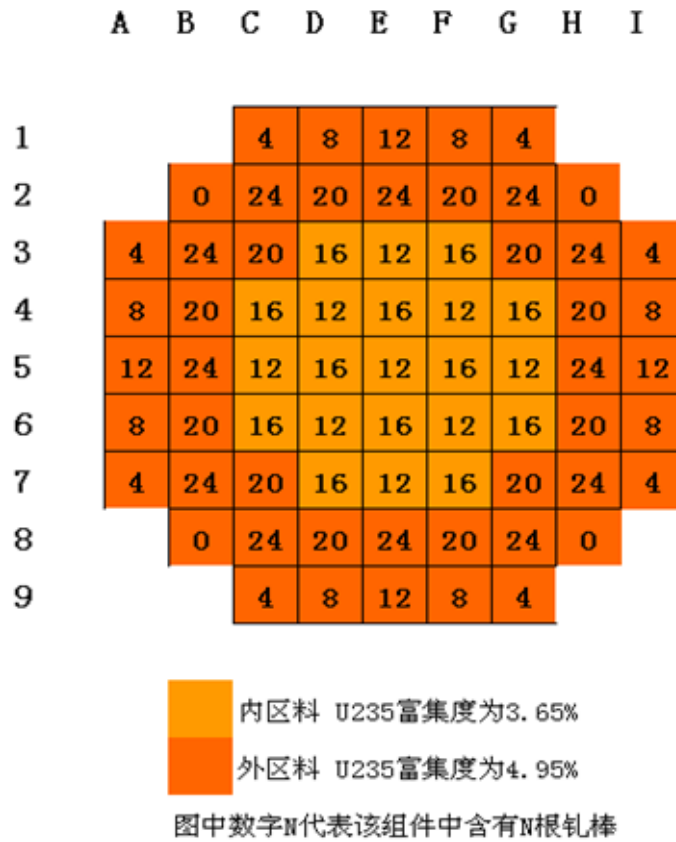
模块化小堆中棒状燃料组件的材料与几何详细信息如附录 B-表 1，几何布置如附录 B-图 1 所示，其中蓝色方格指的是导向管栅元，绿色方格指的是中子测量管栅元，黄色燃料棒指的是可燃毒物棒。

附录 B-表 1 燃料组件材料与几何详细信息

组件类型	
U-235 富集度/%	3.65/4.95
UO ₂ 密度/ g·cm ⁻³	10.96
燃料芯块直径/cm	0.8192
包壳外径/cm	0.950
包壳厚度/cm	0.057
包壳材料	M5
包壳材料密度/ g·cm ⁻³	6.53
Gd ₂ O ₃ 理论密度/ g·cm ⁻³	8.33
Gd ₂ O ₃ 含量/%	4、8、20、24Gd: 8% 12、16Gd: 9%
钎棒中 U-235 富集度/%	含 4、8、12、16Gd: 0.71% 含 20、24Gd: 2.5%
燃料温度/K	300
包壳温度/K	300
慢化剂温度/K	300
慢化剂密度/ g·cm ⁻³	0.996
硼浓度/ppm	0
组件栅格规格	17×17
燃料组件中心距/cm	21.504
燃料棒中心距/cm	1.260
导向管的外径/cm	1.245
导向管的壁厚/cm	0.05
导向管的材料	M5
仪表测量管的外径/cm	1.245
仪表测量管的壁厚/cm	0.05
仪表测量管的材料	M5



附录 B-图 1 模块化小堆燃料组件几何布置



附录 B-图 2 模块化小堆燃料堆芯布置

攻读学位期间取得的研究成果

- [1] Yunzhao Li, Chao Tian, Youqi Zheng, et al. NECP-CACTI: Pressurized Water Reactor Lattice Code Development[C]. San Antonio, Texas, American Nuclear Society, July 7-11, 2015.
- [2] 田超, 郑友琦, 李云召等. 基于组件模块化特征线方法的中子输运计算研究[J]. 核动力工程, 2015, 36(3): 157~161 (EI: 20153101095201)
- [3] 田超, 郑友琦, 李云召等. 基于组件模块化特征线方法的中子输运计算研究[C]. 成都: 核反应堆系统设计技术重点实验室2014学术年会, 2014.
- [4] 田超, 郑友琦, 李云召. 压水堆组件参数计算程序 NECP-CACTI 的验证[C]. 西安: 第七届反应堆物理与核材料学术研讨会, 2015.
- [5] Zhuo Li, Hongchun Wu, Liangzhi Cao, Chao Tian, Dingyong Chen. On-line monitoring analysis of BEAVRS benchmark using NECP-ONION[C]. Sun Valley, Idaho, USA, Physor2016, May 1-5, 2016.
- [6] 田超, 郑友琦, 李云召等. 压水堆组件计算程序. 软件著作权. 西安交通大学 NECP 实验室.

在审专利一项:

李云召, 田超, 曹良志等. 一种精确计算燃料组件棒功率分布的方法[P]. 西安交通大学 NECP 实验室.

科研获奖:

《基于组件模块化特征线方法的中子输运计算研究》, 核反应堆系统设计技术重点实验室一等奖, 2014.

学位论文独创性声明（1）

本人声明：所呈交的学位论文系在导师指导下本人独立完成的研究成果。文中依法引用他人的成果，均已做出明确标注或得到许可。论文内容未包含法律意义上已属于他人的任何形式的研究成果，也不包含本人已用于其他学位申请的论文或成果。

本人如违反上述声明，愿意承担以下责任和后果：

1. 交回学校授予的学位证书；
2. 学校可在相关媒体上对作者本人的行为进行通报；
3. 本人按照学校规定的方式，对因不当取得学位给学校造成的名誉损害，进行公开道歉。
4. 本人负责因论文成果不实产生的法律纠纷。

论文作者（签名）： 日期： 年 月 日

学位论文独创性声明（2）

本人声明：研究生_____所提交的本篇学位论文已经本人审阅，确系在本人指导下由该生独立完成的研究成果。

本人如违反上述声明，愿意承担以下责任和后果：

1. 学校可在相关媒体上对本人的失察行为进行通报；
2. 本人按照学校规定的方式，对因失察给学校造成的名誉损害，进行公开道歉。
3. 本人接受学校按照有关规定做出的任何处理。

指导教师（签名）： 日期： 年 月 日

学位论文知识产权权属声明

我们声明，我们提交的学位论文及相关的职务作品，知识产权归属学校。学校享有以任何方式发表、复制、公开阅览、借阅以及申请专利等权利。学位论文作者离校后，或学位论文导师因故离校后，发表或使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，署名单位仍然为西安交通大学。

论文作者（签名）： 日期： 年 月 日

指导教师（签名）： 日期： 年 月 日

(本声明的版权归西安交通大学所有，未经许可，任何单位及任何个人不得擅自使用)