

压水堆组件少群参数计算程序
理论手册

Bamboo-Lattice V 1.1

PWR Lattice Calculation Code-Theory Manual

编写： 田超 王冬勇 田超 王冬勇
校对： 李云召
审核： 曹良志
批准： 吴宏春

西安交通大学

核工程计算物理实验室

2017年7月

文档历史记录

文档版本号	NECP 内部文档统一编码	发布时间	作者	校对 人	审核 人
V 1.1	2017-522	2017.7.18			

目 录

1. BAMBOO-LATTICE 程序简介	1
2. BAMBOO-LATTICE 程序概述	1
3. BAMBOO-LATTICE 基础理论	1
3.1. 数据库概述	1
3.2. 共振计算方法概述	2
3.3. 输运计算方法概述	5
3.4. 基模修正计算方法概述	7
3.5. 燃耗计算方法概述	8
4. BAMBOO-LATTICE 程序理论	9
4.1. 数据库的制作	9
4.1.1. 程序简介	9
4.1.2. WIMS 数据库制作流程	10
4.2. 共振计算方法	10
4.2.1. 子群的定义	10
4.2.2. 子群参数的求解	12
4.2.3. 子群输运方程的求解	14
4.3. 中子输运计算方法	16
4.3.1. 中子输运方程的求解	16
4.3.2. CMFD 加速方法	19
4.3.3. 各向异性散射源项	22
4.4. 基模修正计算方法	25
4.4.1. P1 近似	27
4.4.2. B1 近似	28
4.5. 燃耗计算	30
4.5.1. 燃耗数据库	30
4.5.2. 预估校正法	31
4.5.3. 微观反应率外推方法 PPC 和微观反应率线性外推方法 LLR	32
5. 计算流程	35
参考文献	36

1. Bamboo-Lattice 程序简介

- (1) 程序名称: Bamboo-Lattice (Code for Assembly Calculation)
- (2) 使用机型: PC 机
- (3) 操作系统: Window XP/ Window 7/Linux
- (4) 程序语言: Fortran 2003
- (5) 编译环境: Microsoft Visual Studio 2012
- (6) 功能简介: 压水堆组件少群参数计算程序 **Bamboo-Lattice** 为堆芯计算提供少群均匀化参数, **Bamboo-Lattice** 采用子群方法进行有效自屏截面的计算, 采用模块化 MOC 进行一步法二维输运计算, 采用预估校正思想进行燃耗计算, 具有基模修正计算功能、再启动计算功能、围板反射层计算功能以及精确的含钷棒组件功率计算, 能够实现任意并群并区的计算, 能够输出多群微观截面、宏观截面以及中子通量密度, 为堆芯计算提供所必需的均匀化参数。

2. Bamboo-Lattice 程序概述

压水堆组件少群参数计算程序 Bamboo-Lattice 为堆芯计算提供必需的少群均匀化参数。程序所使用的多群数据库为 NJOY 程序加工的 WIMS 格式的多群数据库（包括 69 群和 172 群）；采用子群方法进行有效自屏截面的计算；采用模块化 MOC 执行一步法组件计算，得到组件的能谱分布；采用传统的预估校正思想进行燃耗计算的求解；除此之外，压水堆组件少群参数计算程序 Bamboo-Lattice 还能够实现任意并群并区、再启动计算、围板反射层计算以及基模修正计算功能。

3. Bamboo-Lattice 基础理论

压水堆组件少群参数计算程序 Bamboo-Lattice 所使用的多群数据库为 NJOY 程序加工的 WIMS 格式的多群数据库（包括 69 群和 172 群）；采用子群方法进行有效自屏蔽截面的计算；采用模块化 MOC 执行一步法组件计算，得到组件的能谱分布；采用传统的预估校正思想进行燃耗计算的求解，下面简要介绍 Bamboo-Lattice 用到的基本理论。

3.1. 数据库概述

多群数据库主要包括三个部分：NJOY 的 WIMSR 输出的 WIMS 格式数据库，采用 RMET21 超细群程序制作的共振积分表及子群参数，采用 DBRC 修正的 MCNP 制作的考虑共振弹性散射的共振积分表及对应的子群参数。数据库的制作流程如图 3-1 所示。

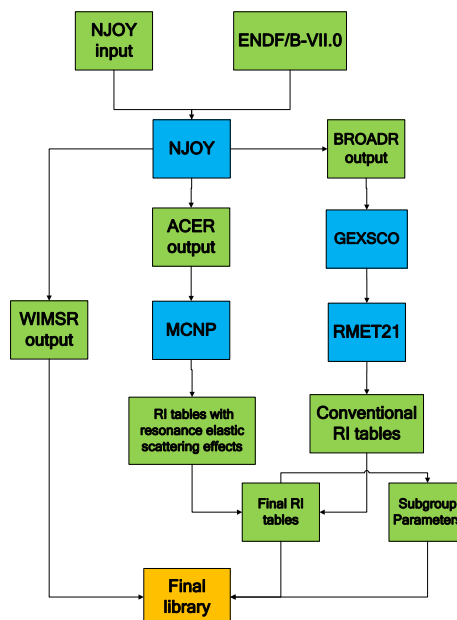


图 3-1 数据库的制作流程

数据库中含有 ^{238}U 和 ^{232}Th 的考虑和不考虑共振弹性散射的共振积分表和概率表，都采用 MCNP 制作。其他共振核素不考虑共振弹性散射，共振积分表和概率表

采用 RMET21 制作。

3.2. 共振计算方法概述

确定论方法一般采用多群的近似，因此在中子输运计算之前，需要提供多群的截面参数。评价数据库中提供的是连续能量的截面数据，因此要获得多群截面，必须先获得精细的能谱，采用通量体积权重的方法对连续能量的截面进行归并：

$$\sigma_g = \frac{\iint \sigma(E)\phi(E)dEdr}{\iint \phi(E)dEdr} \quad (3-1)$$

然而对于实际的问题，如果已经获得了精确的能谱，就已经知道了问题的特征值和功率分布，也就不需要再对问题进行求解。因此一般采用近似的方法获得能谱，然后采用这种近似的能谱根据式 3-1 得到问题相关的多群截面。

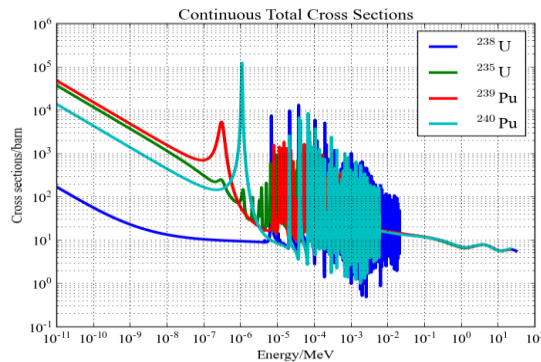


图 3-2 轻水堆中常见共振核素的连续能量截面

图 3-2 给出了 ^{238}U 、 ^{235}U 、 ^{239}Pu 和 ^{240}Pu 等几种轻水堆中常见共振核素的连续能量截面。观察可以发现，在低能量段和高能量段，截面随能量的变化比较平缓，因此能谱随能量的变化也比较平缓。在这两个能量区间，可以采用典型的能谱对连续能量截面进行归并。然而在几电子伏特到几千电子伏特的能量范围内，截面随着能量剧烈的变化，存在共振自屏现象，其能谱权重后得到的多群截面参数随能谱变化差异巨大。加上实际反应堆设计中的燃料组件布置的不均匀性及材料组成不同，共振核素的自屏截面是随反应堆具体几何及材料的变化而不同的。只有针对具体问题进行分析计算，才能得到具体问题可靠的多群核反应截面参数。因此采用近似的方法针对具

体问题进行分析，得到问题相关的有效自屏截面就是共振计算的主要内容。

传统的共振自屏计算方法可大略分为以下几类：

第一类：基于稀释截面等效的等价理论方法

该方法最早由 Wigner 提出，是基于较为简单的几何设计，如棒状、板状栅元、组件发展起来的。该方法利用半经验的二阶有理式描述孤立棒状和板状栅元的燃料中子飞行首次碰撞概率或等效稀释截面，后来发展成用三阶有理近似式描述任意几何的燃料中子飞行首次碰撞概率或等效稀释截面，从而对简单的双区（燃料区即共振区、慢化区即非共振区）栅元进行慢化方程解析求解，得到非均匀问题与某一稀释截面情况下无限均匀问题的等效关系，利用数据库中提供的不同稀释截面下的无限均匀问题的有效共振积分（截面），进行插值得到具体非均匀问题的共振自屏截面。Alain Hébert 基于等价理论提出了广义 Stamm'ler 方法，利用三项式有理近似对等效稀释截面进行求解。基于等价理论的上述方法，通过利用经验参数或数值求解等效稀释截面，由于此类方法的核心在于找到中子首次碰撞概率与等效稀释截面的关系，在基于等价理论计算非均匀问题的等效稀释截面时，计算中子首次飞行碰撞概率中需要对燃料区的通量密度做平通量密度假设，因而得到的共振计算之后的多群截面也是空间不相关的。同时，对多个共振区情况、特别是各共振区材料组成有差异的问题该方法是无能为力的。广义 Stamm'ler 方法理论上可以求解任意几何的共振自屏截面，但主要限制于碰撞概率的求解。对于简单几何，碰撞概率求解存在解析形式时，该方法同有理近似方法是无本质差异的，而对于复杂几何情况，碰撞概率的求解必须依赖数值方法，求解或难度大，或计算量惊人。另外，基于等价理论方法由于其理论推导的出发点是燃料、慢化剂两区慢化方程，仅局限于栅格几何，多种特定几何或各共振区材料相同的情况，由于真实反应堆组件并非无限栅格，如真实的燃料组件中由于水隙及导向管、控制棒吸收体存在，在处理多种复杂共振区，或多种不同共振材料的问题时，需要利用 Dancoff 方法对其等效稀释截面进行修正。

基于这种有理展开及等价理论方法的代表性组件程序有 CASMO，WIMS 及 DRAGON 等。

第二类，超细能群方法

超细群共振计算方法建立在中子输运方程和碰撞几率方法的基础之上。该方法对低能量共振区截面作超细的能群结构划分（最多可以达数万群），通过求解超细群

中子慢化方程，得到共振区的超细群能谱，进而通过并群得到多群共振自屏截面。基于该方法的代表性程序有 RICH, RIFF, RAFF, RABBLE, SDR 和 PEACO 等。以 PEACO 为例，其核心在于超细群中子飞行首次碰撞概率的计算以及中子慢化方程的求解。因此，其计算能力同样受限于首次碰撞概率的求解以及慢化方程求解时的假设。为了提高计算效率，其首次碰撞概率的求解是通过有理近似及插值方法，在处理复杂几何的碰撞概率时，采用了计算技巧。将碰撞概率随几何尺寸、共振材料截面变化预先制成表值，在具体计算中采用插值方法直接获得问题的碰撞概率。因此，在处理大于两个共振区情况，求解慢化方程时只能引入双共振区的假设，即将计算区域等效为一个共振区，一个非共振区。所以，超细群方法也仅限于求解多种规则几何问题，或近似求解多共振区问题。为了进一步拓展超细群精确求解任意几何问题的共振自屏计算，AEGIS 程序将超细群方法与特征线方法相结合求解超细群通量密度，利用特征线方法对几何处理的强大适应性，在超细群通量密度的求解中采用了两种策略：① 直接通过特征线的跟踪与扫描进行超细群通量密度求解；② 利用特征线方法求解碰撞概率。两种方法的弊端在于获取精确超细群通量密度或碰撞概率时会带来巨大计算量和时间消耗。

第三类，点截面、连续能量方法

近年来，一些学者开展了连续能量共振自屏计算方法的研究。该方法是通过共振能段的中子能谱进行基函数展开，如利用小波函数、小波尺度函数展开获得共振能段的连续能量中子能谱，从而较为严格的求解共振区的有效共振自屏截面。该方法在核反应截面变化不剧烈的快中子、热中子能群采用传统的多群方法处理，而在共振能段，利用充足的点截面信息，选取适合处理剧烈波动函数的小波函数、小波尺度函数进行中子连续能谱展开，精确的求解空间相关的共振能段连续能谱，利用连续能谱及点截面信息并群得到有效共振自屏截面。真正意义上实现了严格的空相关中子连续能谱计算、多核素干涉效应的共振自屏计算。然而在求解中子连续能谱时，其确定基函数展开系数的计算量是十分巨大的，计算效率较低。在实际应用中为了获得多群共振自屏参数而进行精细中子连续能谱计算非常的的经济、且效率低下。

第四类，子群方法

概率表方法、子群方法和多邦方法属于同一类方法，其基本思想是利用概率密度描述剧烈波动的核反应截面信息。据此，在某一共振能量段内剧烈波动的核反应截

面可以通过选用合理的截面点值与相应出现概率来表示。概率表方法最早被广泛应用于蒙特卡罗方法中，连续能量核数据库中对于共振截面密集交叠的不可分辨共振能量段的截面，无法清晰刻画，往往采用概率表方法进行计算。如国际著名的蒙特卡罗程序 MCNP 在不可分辨能量段的共振截面处理就采用概率表方法。子群方法和多邦方法可利用现有数据库中提供的共振能群在不同稀释截面下的截面的信息，进行子群、多邦参数的计算，从而得到子群、多邦截面及子群、多邦概率。并利用子群、多邦输运方程在形式上与多群中子输运方程一样的特点，将共振计算转化为输运计算，从而可将输运计算强大的几何处理能力拓展到共振计算，实现复杂几何，复杂共振区，复杂材料组分问题的共振自屏计算。

由于子群共振自屏计算方法具有良好的计算精度及较高的计算效率，现已被广泛应用于一些最新的反应堆物理组件参数计算程序中，如 WIMS9、APOLLO2、HELIOS、PARAGON 等。子群共振计算方法区别于传统共振自屏计算方法的最核心在于不对共振核素截面进行能量变量的划分，而是直接将截面划分为若干个区间，通过拟合方法或矩守恒方法获得这些区间内的子群平均截面、子群概率，进而利用碰撞概率方法或特征线方法进行子群输运方程求解，从而获得该能量段内的平均共振截面。因此，子群方法的主要工作可分为子群参数的计算以及利用子群参数进行子群中子通量密度能谱计算得到能群平均共振截面两个部分。

3.3. 输运计算方法概述

中子输运方程的数值求解方法可以分为两大类：统计随机方法和确定论方法。统计随机方法又称蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法。该方法以统计学原理为理论基础，通过数值模拟大量中子的行为并进行跟踪分析，最终得到中子通量密度分布的数学期望；其本质上是对积分中子输运方程进行了求解。由于蒙特卡罗方法是对中子行为的直接模拟，理论上并未引入附加的限制和误差，因此可在较为复杂的问题中获得精确的计算结果。但是，该方法的统计学理论基础决定了其必须依赖大量的抽样才能得到可信的结果，因此削减计算时间和降低计数方差是其面临的主要困难与挑战；尤其是在深穿透问题和反应堆单棒功率统计的计算中，这个矛盾愈加凸显。因此，能实用于堆芯计算的蒙特卡罗程序也尚处在研究阶段。

确定论方法是凭借对中子输运方程进行变量离散化而实现求解的。通过将连续的时间变量离散为若干时间步，并假设每一步内系统各参数不随时间变化，可将瞬态的输运方程简化为每个时间步上的稳态输运方程求解；通过将能量变量按照某种特定的结构划分为若干能群，并假设每一能群内具有相同的平均截面参数（即群常数）及均匀的能谱分布，可将连续能量的输运方程简化为多群输运方程。对于角度变量，最为经典的处理方法是球谐函数展开（ P_N ）方法和离散纵标（ S_N ）方法。前者将中子通量密度随角度的分布函数展开成一系列正交的球谐函数的级数，随后通过待定系数方法求取展开系数进而得到中子通量密度的角分布。 P_N 方法理论复杂，计算量大，而且对于不同的展开阶数 N 无法编制通用的计算程序，导致其不太适合于数值计算。然而 P_N 方法对角度变量的函数展开思想却催生了一系列类似的采用不同展开基函数的输运方程求解方法，为精确求解强各向异性的中子输运问题做出了贡献。 S_N 方法则是直接将角度变量离散为若干个方向，进而将全角度空间的输运方程转化为有限个离散方向上的彼此耦合的输运方程进行求解。适当的离散方向角度、数目和求积权重系数的选取可以帮助 S_N 方法获得令人满意的计算精度。相对于 P_N 方法， S_N 方法更适于通用程序的编制及数值求解，可却也存在着诸如负中子通量密度现象和射线效应等问题，但这些问题目前都是可以通过一些技术手段在一定程度上得到缓解的。对空间变量的处理方式更加丰富，常见的方法包括有限差分、有限元和节块方法等。有限差分的网距不宜过大，且对网格形状有严格限制。有限元方法基于变分理论，网格可以是一般形状的多边形（或多面体），因此具有更强的几何处理能力，但是往往计算量较大效率偏低。节块方法通常对网格内部的中子通量密度分布进行了函数展开，因此允许更大尺寸的网格划分，这使得它与其他方法相比具有明显的速度优势，故被广泛应用于堆芯计算中。但是节块方法通常无法直接提供网格内部中子通量密度分布，因而需要功率重构，而且它假设节块内部介质是均匀的，因此不适于进行精细的非均匀输运计算。此外，还有用于求解积分输运方程的碰撞概率方法（CPM）和穿透概率方法（TPM），以及融合了二者优点的流耦合碰撞概率方法（CCCPM）等。这类方法几何适应能力强，能够描述出复杂的非均匀几何、材料布置，但也往往存在中子源及散射各向同性的假设，因此一般用于各向异性稍弱的栅元计算或组件计算中。

目前广泛采用的传统反应堆物理分析计算方法“两步法”^[36-38]是建立在等效均匀化理论基础之上的。所谓“两步法”，第一步是在全部反射边界条件下对各种非均匀组件

进行多群中子输运计算，得到组件内的中子通量密度分布从而归并出组件的少群等效均匀化群常数及不连续因子等物理量，以备堆芯计算使用；第二步，便是根据前一步生成的均匀化参数，采用粗网节块方法对堆芯进行少群中子扩散或输运计算，往往再附加功率重构等计算，便可实现对三维堆芯功率分布的模拟。然而，“两步法”由于只针对有限种孤立的组件来计算等效均匀化参数，导致它无法充分考虑在真实堆芯布置中组件之间的相互影响，以及组件的燃耗历史效应等重要因素，使得其理论框架在计算精度要求不断提高的今天不得不要受到业内的重新审视。尽管诸多改进方法被相继提出，但依然不能跳出等效均匀化的思想框架。毫无疑问，能够从根本上解决上述问题的方法只有进行“一步”全堆芯非均匀中子输运计算。

前面提到的若干中子输运方程计算方法，都因为各自的某些缺陷不适于完成全堆芯非均匀中子输运的计算任务。目前特征线方法（MOC）被公认是完成该项计算任务的有效算法。在 MOC 的求解策略中，通常将空间划分为若干个理论上可以任意形状的平源近似网格区；而对角度的处理思想则类似于前面提到的 S_N 方法，以有限个离散的方向近似替代连续的全角度空间。在每一个离散方向上，都会生成一系列被称为特征线的彼此平行的直线，并与先前划分的网格区相交产生大量的特征线段。中子输运方程在每一段特征线上变成了一阶常微分方程，只要沿着每根特征线求解，多次扫描迭代后即可综合求出中子通量密度在各网格区上的值，从而获得通量分布。MOC 对具有非均匀几何材料分布的复杂中子输运问题具有强大的处理能力和良好的计算精度，因而已成为非均匀输运计算的重要工具。

3.4. 基模修正计算方法概述

组件的实际空间—能谱分布需要通过求解全堆芯非均匀中子输运方程得到，这种做法显然是不太现实的，所以只有设法求出考虑泄漏的组件渐近能谱分布。鉴于一般认为渐近能谱只和几何曲率大小有关，与组件的几何形状关系不大，可以将具有相同几何曲率的一维平板的临界能谱作为原组件的渐进能谱。具体思路是：将原组件均匀化处理得到均匀化多群截面赋予一个假想的一维均匀平板，以此保证两者的材料相同，也就是材料曲率相同。临界能谱是材料在几何曲率等于材料曲率时对应的能谱，所以如果原组件和平板都达到临界，那么它们的几何曲率也必定相等，此时假想平板

的临界能谱就相当于原组件的渐进能谱了。这种做法并没有严格的理论根据，但实际经验表明该方法是可行的。

3.5. 燃耗计算方法概述

反应堆运行过程中，堆内材料在辐照作用下发生核裂变、中子俘获、放射性衰变等反应导致其组成产生变化，这一现象被描述为燃耗过程。因为反应堆的性质直接取决于材料性质，而材料性质又由本身的核素组成决定，所以反应堆堆芯特性就会随着燃耗而发生变化。因此，燃耗计算需要刻画在辐照过程中材料的核素组成随时间的变化细节。在传统的两步法堆芯分析过程中，燃耗计算也分为两步：组件燃耗计算和堆芯燃耗计算。因为受限于计算问题规模和效率等因素，堆芯计算一般使用的是组件提供的少群宏观均匀化参数，而不是具体的材料核素组成，所以堆芯计算中的燃耗计算一般是针对宏观截面随燃耗变化的宏观燃耗计算。为了向堆芯计算提供不同燃耗深度下的少群均匀化参数，组件燃耗计算需要通过微观燃耗计算给出材料的核素组成随燃耗的变化。

4. Bamboo-Lattice 程序理论

压水堆组件少群参数计算程序 Bamboo-Lattice 的主要模块包括多群数据库、共振计算方法、中子输运计算方法、基模修正计算方法、燃耗计算方法等。下面将逐一介绍：

4.1. 数据库的制作

4.1.1. 程序简介

1) NJOY 程序简介

NJOY 核数据处理程序是由美国 Los Alamos 国家实验室开发的一款用于将核评价数据 ENDF 加工为点截面、多群截面数据库综合性软件包。NJOY 具有制作中子、光子、带电粒子数据库的功能。程序包内包含了包括点截面重构、多普勒展宽、不可分辨共振处理、多群截面制作等主要加工模块；以及为一些商用中子输运程序加工相应格式数据库、格式转换等辅助功能。

2) MCNP 程序简介

MCNP 是美国 Los Alamos 实验室应用理论物理部(X 部)的 Monte Carlo 小组 (X-6 小组)研制的用于计算复杂三维几何结构中的粒子输运的大型多功能蒙特卡罗程序。它可用于计算中子、光子、中子-光子耦合以及光子-电子耦合的输运问题，也可计算临界系统（包括次临界及超临界）的本征值问题。MCNP 使用精细的点截面数据。考虑了 ENDF/B-V 库给出的所有中子反应类型。对于热中子，可选用自由气体及 $S(\alpha, \beta)$ 两种模型处理。

在本研究中，MCNP 被用来模拟不同温度和不同背景截面的无限均匀问题，得到 ^{238}U 和 ^{232}Th 的共振积分表。

3) NRSC 程序简介

NRSC 包括一系列的程序，这里用到了 GEXSCO 程序和 RMET21 程序。其中 GEXSCO 是超细群截面加工程序，通过读取 NJOY 生成的 PENDF 文件，制作 RMET21 所需要的超细群数据库。RMET21 是超细群程序，被用来代替 NJOY 制作共振积分表。

4.1.2. WIMS 数据库制作流程

采用 NJOY 程序制作 WIMS 格式的数据库，制作流程如下图所示：

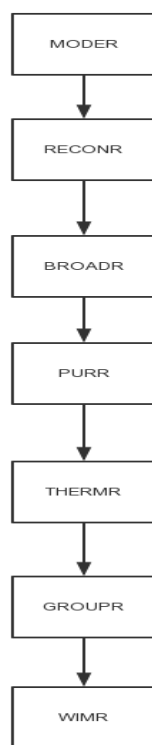


图 4-1 WIMS 数据库制作流程

4.2. 共振计算方法

4.2.1. 子群的定义

共振核素的核反应截面随中子能量的变化十分剧烈，对于某些核素其波动范围

可跨越 4 个数量级。因此，为了将此细致的信息描绘清楚，如按照传统方法对能量进行划分的话，将需要成千上万个超细能群才可以实现。这也是一些超细群程序并不在整个共振能量段进行超细群方法计算而仅在共振峰并不密集剧烈的能量段采用的原因。子群共振自屏计算与传统方法最为本质的区别在于子群方法不以中子能量的变化作为截面划分的依据，而是针对剧烈波动震荡的截面自身进行划分。这种划分方法的优势在于可利用较少的划分即可实现对共振核素截面随能量剧烈波动变化的趋势的刻画。

以金属镍的微观总截面为例：

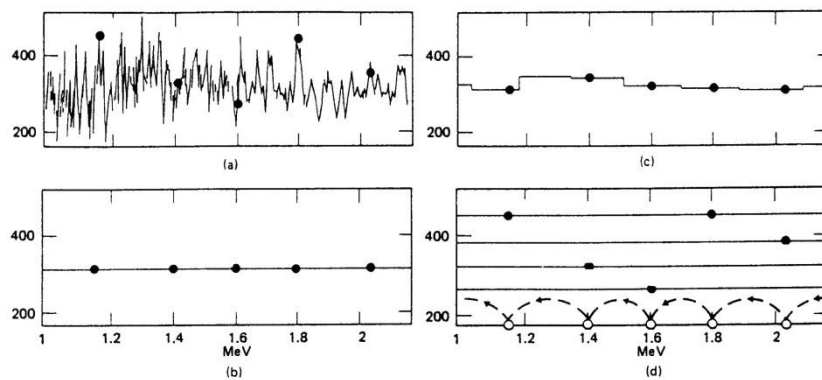


图 4-2 金属镍的中子反应微观总截面随能量变化

图 4-2 (a) 显示了其截面在 1MeV~2.2MeV 能量段剧烈的波动。

图 4-2 (b) 为将该能量段划分为 26 个能群后获得的多群平均截面变化，可以看出，此 26 群截面变化由于是在能群平均意义下得到的，故较为平滑，仅能从整个能段大体上看出截面趋势，在某些能量段与真实共振截面差异巨大。

图 4-2 (c) 将该能量段划分为 175 个能群，175 群与 26 群相比，能群平均截面可以展示的截面随能量变化趋势略微丰富了一些，但同真实情况仍然差别显著。因此若希望较为精确的描述该能量段截面变化，大约需要划分上千群，代价巨大。

图 4-2 (d) 是利用子群方法将该能量段中截面最小值到最大值划分为 4 个截面段，统计得到各截面段中截面出现概率并可得到各子群的子群截面。从图中可以看出，子群方法仅采用 4 子群，就已可以很好的刻画截面的变化趋势。

为了将子群的定义较为直观的阐述清楚，以某一共振核素的总截面在某一能量段 g 内随能量变化的示意图为例加以说明。

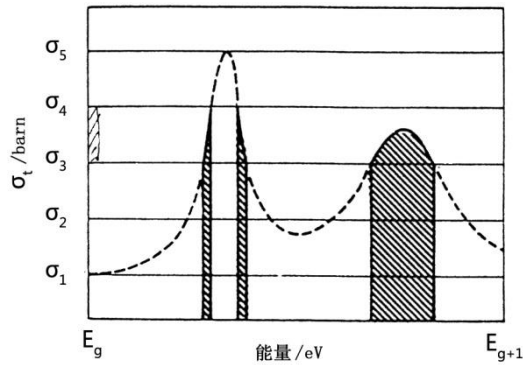


图 4-3 共振核素微观总截面在 (E_g, E_{g+1}) 能量段随能量变化

图 4-3 中显示了某核素的微观总截面在能群 g 随能量变化的细节, 将该截面从最小值 σ_1 到最大值 σ_5 划分为 4 个区间 (也称为子群)。以落在 σ_3 到 σ_4 之间的第三子群为例, 其所对应的能量区间如图中阴影部分所示, 能量范围可表达为:

$$\Delta E_3 \in \{E | \sigma_3 \leq \sigma_t(E) \leq \sigma_4\} \quad (4-1)$$

4.2.2. 子群参数的求解

根据前面介绍的子群定义式, 利用中子通量密度能谱对能量段 ΔE_3 内截面 $\sigma_t(E)$ 进行权重平均, 可得到第三子群平均总截面:

$$\sigma_{t3} = \frac{\int_{\Delta E_3} \sigma_t(E) \phi(E) dE}{\int_{\Delta E_3} \phi(E) dE} \quad (4-2)$$

第三子群通量密度为:

$$\phi_3 = \int_{\Delta E_3} \phi(E) dE \quad (4-3)$$

由于各个子群对应的能量段必然包含于能群 g 中且不会重复, 根据能群平均截面的定义, 可将能群 g 平均微观总截面写为子群形式:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ig} &= \frac{\int_{E_g} \sigma_i(E)\phi(E)dE}{\int_{E_g} \phi(E)dE} = \frac{\sum_{i=1,4} \int_{\Delta E_i} \sigma_i(E)\phi(E)dE}{\sum_{i=1,4} \int_{\Delta E_i} \phi(E)dE} \\
&= \frac{\sum_{i=1,4} \int_{\Delta E_i} \sigma_i(E)\phi(E)dE}{\sum_{i=1,4} \phi_i} = \frac{\sum_{i=1,4} \sigma_i \phi_i}{\sum_{i=1,4} \phi_i}
\end{aligned} \tag{4-4}$$

由上式，可得到能群 g 与该能群内各子群的平均截面与通量密度的关系，即能群平均截面可由子群通量密度对子群截面进行权重获得。

定义子群 i 的概率 P_i 为该子群所对应各离散能量区间宽度之和占整个能群宽度的比例：

$$P_i = \frac{\Delta E_i}{\Delta E_g} \tag{4-5}$$

定义共振核素在子群 i 中的子群平均分反应 x 截面为分反应 x 的子群截面：

$$\sigma_{xi} = \frac{\int_{\Delta E_i} \sigma_x(E)\phi(E)dE}{\int_{\Delta E_i} \phi(E)dE} \tag{4-6}$$

其中， $\sigma_x(E)$ 可为吸收截面、弹性散射截面或裂变产额截面等。

由子群截面的定义分析，子群平均截面的大小除了受到截面划分区间影响外，还主要受到其权重函数，即该子群对应的离散能量区间中的中子通量密度影响。同共振能群的多群平均截面相比，子群平均截面具有如下特点：

① 由于一个子群内截面变化范围一定，故子群平均截面受到中子通量密度能谱的影响比多群平均截面要小。

多群平均截面的定义是中子能谱在某一能量段权重的平均截面，定义如下：

$$\sigma_{xg} = \frac{\int_{\Delta E_g} \sigma_g(E)\phi(E)dE}{\int_{\Delta E_g} \phi(E)dE} \tag{4-7}$$

根据子群及子群参数的定义，将上式分子中积分写为数值积分形式：

$$\sigma_{x,g} \approx \frac{\sum_{i=1,N} \sigma_{x,i} \frac{p_i(\sigma_b + \sigma_p)}{(\sigma_{t,i} + \sigma_b)}}{\sum_{i=1,N} \frac{p_i(\sigma_b + \sigma_p)}{(\sigma_{t,i} + \sigma_b)}} \quad (4-8)$$

通过子群形式的能群平均共振截面表达式，建立了能群平均共振截面 $\sigma_{x,g}$ 、背景截面 σ_b 、与子群平均截面、子群概率的关系。通过拟合不同背景截面的多群平均截面，得到子群参数。

4.2.3. 子群输运方程的求解

连续能量的中子慢化方程为：

$$\Omega \nabla \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) + \Sigma_t(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\mathbf{r}, u' \rightarrow u) \phi(\mathbf{r}, u') du' \quad (4-9)$$

其中 u 是对数能降。由于非弹性散射都是阈能反映，共振能量段非弹性散射截面的大小基本都为零。对于散射源，可以采用弹性散射率：

$$Q_s(\mathbf{r}, u) = \frac{1}{4\pi} \int_{u-\varepsilon}^u \frac{e^{u'-u} \Sigma_s(\mathbf{r}, u') \phi(\mathbf{r}, u')}{1-\alpha} du' \quad (4-10)$$

式中：

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \quad (4-11)$$

A 是靶核的质量数。

a) 窄共振近似

许多共振峰都是比较窄的，如果中子与慢化剂或燃料核发生一次弹性碰撞所损失的能量大于共振峰的宽度，则在一个共振峰内，中子与燃料核发生碰撞的次数通常不会多于一次，不是被吸收，就是被散射出共振峰。这种情况被称为窄共振近似。这样，可以认为燃料块中的中子都是从高于共振峰的能量散射进入共振峰内的。因此式(4-10)积分中的通量可以采用渐进的形式：

$$\phi(\mathbf{r}, u) = 1 \quad (4-12)$$

值得注意的是，这里假设通量不是空间的函数，能谱在空间的每个位置都认为是相同的。而散射截面也应该等于势散射截面：

$$\Sigma_s(\mathbf{r}, u) = \Sigma_p \quad (4-13)$$

将式 (4-12) 和式 (4-13) 代入式 (4-10) 可得：

$$Q_s(\mathbf{r}, u) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_p \quad (4-14)$$

因此中子输运方程可以写为：

$$\Omega \nabla \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) + \Sigma_t(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_p \quad (4-15)$$

b) 无限质量近似

对于某些共振峰，特别是超热能量段的孤立共振峰，中子与燃料核每次碰撞的能量损失可能小于共振峰的宽度。这时，中子在共振峰内将经受不止一次碰撞。因而我们可以忽略它和燃料核发生碰撞时的能量损失。这相当于假设燃料核的质量为无限大，中子与靶核碰撞时能量不发生变化，这种近似成为无限质量近似。在这种近似下， $\alpha \rightarrow 1$ ，式 (4-10) 的积分区间足够小，在这个区间内，通量 $\phi(\mathbf{r}, u)$ 和散射截面 $\Sigma_s(\mathbf{r}, u)$ 可以认为是常数，并且在空间上的分布是平的。将这两项提出到积分号之外：

$$Q_s(\mathbf{r}, u) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_s(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, u) \int_{u-\varepsilon}^u \frac{e^{u'-u}}{1-\alpha} du' \quad (4-16)$$

式 (4-16) 的积分项可以进一步写为：

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \int_{u-\varepsilon}^u \frac{e^{u'-u}}{1-\alpha} du' = 1 \quad (4-17)$$

因此中子输运方程可以写为：

$$\Omega \nabla \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) + \Sigma_t(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_s(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, u) \quad (4-18)$$

c) 中间近似

观察发现式 (4-15) 和式 (4-18) 具有相同的形式, 可以用一个通式表达:

$$\Omega \nabla \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) + \Sigma_t(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, \Omega, u) = \frac{1}{4\pi} [\lambda \Sigma_p + (1 - \lambda) \Sigma_s(\mathbf{r}, u) \phi(\mathbf{r}, u)] \quad (4-19)$$

式中 λ 是中间近似因子, 处于 0 和 1 之间。多群数据库中一般都会提供这个数值。

d) 子群中子输运方程

对式 (4-20) 在子群 i 上积分:

$$\Omega \nabla \phi_i(\mathbf{r}, \Omega) + \Sigma_{t,i}(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [\Delta u_i \lambda_g \Sigma_p + (1 - \lambda_g) \Sigma_{s,i}(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r})] \quad (4-20)$$

式 (4-20) 求得的 ϕ_i 仅仅用于归并子群参数得到有效自屏截面, 而与低能群的散射项没有任何关系, 因此可以认为能群间是没有耦合关系的。式 (4-20) 即为中间近似模型下子群中子输运方程的最终形式。

由于子群输运方程的形式与多群输运方程是一致的, 对于最终得到的子群输运方程, 采用多群输运求解器进行求解。得到子群通量后, 根据式 (4-21) 求解得到有效自屏截面。

$$\sigma_{x,g} = \frac{\sum_i \sigma_{x,i} \phi_i}{\sum_i \phi_i} \quad (4-21)$$

4.3. 中子输运计算方法

4.3.1. 中子输运方程的求解

中子输运方程是描述中子在介质中运动所满足的中子通量密度分布函数的平衡关系式。它是根据中子随时间的变化率等于产生率减去消失率所产生的平衡方程。由于求解中子输运方程相当复杂, 往往需要对其进行数值离散来求解。其中特征线方法是从中子运行轨迹出发, 沿着中子运行轨迹 (被称为特征线) 求解中子输运方程的一

种解法。

特征线方法(MOC)是从经过角度变量直接离散后的中子输运方程出发的。中子沿着某一个方向飞行满足稳态多群中子输运方程如式(4-22):

$$\sin \theta_n \frac{d\psi_g(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\psi_g(s) = Q_g(s) \quad (4-22)$$

式中, θ_n 是中子飞行方向 Ω_{mn} (下标 m 表示方位角、 n 表示极角) 的极角; s 为中子运行轨迹在 $x-y$ 平面的投影; $\psi_g(s)$ 为中子角通量; $Q_g(s)$ 为该处的中子源项; $\Sigma_{t,g}(s)$ 为宏观总截面; 下标 g 为能群。特征线方法的最基本思想是方程(4-22)在宏观总截面和中子源项假设为常数的情况下, 中子输运方程可解析求解。

假设第 i 区域边界第 k 条特征线的入射角通量 $\psi_{m,n,i,k}$ 已知而且该区域具有平坦的空间源分布的近似前提下, 将方程(4-22)沿着特征线求解得到中子角通量的表达式为:

$$\psi(s) = e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n} (\psi_{m,n,i,k}^{in} - \frac{Q_i}{\Sigma_i} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} e^{\Sigma_i s / \sin \theta_n}) \quad (4-23)$$

其中, 第 i 区第 g 能群的中子源项为:

$$Q_{i,g} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\chi}{k_{eff}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'} \psi_{i,g'} + \sum_{g'=1}^G \Sigma_{s,g'-g} \psi_{i,g'} \right] \quad (4-24)$$

整理式(4-23)得:

$$\psi(s) = \psi_{m,n,i,k}^{in} e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} (1 - e^{-\Sigma_i s / \sin \theta_n}) \quad (4-25)$$

中子沿着该飞行轨迹的中子出射角通量为:

$$\psi_{m,n,i,k}^{out} = \psi_{m,n,i,k}^{in} e^{-\Sigma_i s_{m,i,k} / \sin \theta_n} + \frac{Q_i}{\Sigma_i} (1 - e^{-\Sigma_i s_{m,i,k} / \sin \theta_n}) \quad (4-26)$$

将方程(4-25)沿着中子在 $x-y$ 平面的投影积分并除以线段长度 $s_{m,i,k}$, 可得到这

条特征线段上的平均中子角通量：

$$\bar{\psi}_{m,n,i,k} = \frac{Q_i}{\Sigma_i} + \frac{\psi_{m,n,i,k}^{in} - \psi_{m,n,i,k}^{out}}{\Sigma_i s_{m,i,k}} \sin \theta_n \quad (4-27)$$

对所有同方向穿过该区域的中子角通量进行体积加权平均，可以得到该区域方位角 m ，极角 n 的中子角通量平均值：

$$\bar{\psi}_{m,n,i} = \frac{\sum_k \bar{\psi}_{m,n,i,k} s_{m,i,k} dA_m}{\sum_k s_{m,i,k} dA_m} \quad (4-28)$$

式 (4-28) 中的体积加权平均采用了多条特征线所采用的矩形面积来代替该区域的实际几何面积，为了保证实际的面积与文中采用体积加权的物理面积一致，对特征线段长度作如下修正：

$$s'_{m,i,k} = s_{m,i,k} \frac{V_i}{\sum_k s_{m,i,k} dA_m} \quad (4-29)$$

已知第 i 区域中子角通量密度的平均值，便可对中子角通量进行幅角和极角角度权重加权获得第 i 区域的中子标通量：

$$\psi_i = \frac{4\pi Q_i}{\Sigma_i} + \frac{\sum_n \omega_n \sin \theta_n \sum_m \omega_m dA_m \sum_k (\psi_{m,n,i,k}^{in} - \psi_{m,n,i,k}^{out})}{\Sigma_i V_i} \quad (4-30)$$

为了避免每次特征线迭代扫描的过程中费时的指数函数计算，中子输运方程可以根据守恒关系推导出如下方程：

$$\sin \theta_n (\psi_{m,n,i,k}^{out} - \psi_{m,n,i,k}^{in}) + \Sigma_i \bar{\psi}_{m,n,i,k} s_{m,i,k} = Q_i s_{m,i,k} \quad (4-31)$$

第 k 条特征线段的中子角通量的平均值采用下式得到，并通过工程实践证明，这种假设是合理的

$$\bar{\psi}_{m,n,i,k} = \frac{\psi_{m,n,i,k}^{out} + \psi_{m,n,i,k}^{in}}{2} \quad (4-32)$$

根据 (4-31) 和 (4-32) 可得：

$$\psi_{m,n,i,k}^{out} = \frac{(2 \sin \theta_n - \sum_i s_{m,i,k}) \psi_{m,n,i,k}^{in} + 2 Q_i s_{m,i,k}}{2 \sin \theta_n + \sum_i s_{m,i,k}} \quad (4-33)$$

当碰到负出射中子通量时采用式 (4-26) 重新计算出射中子角通量。

根据上述已知条件, 运用适当的边界条件更新入射中子角通量和中子源项, 构造源迭代算法进行求解。

4.3.2. CMFD 加速方法

本程序采用了粗网有限差分方法对模块化特征线方法的中子输运方程进行加速求解。对中子输运方程在整个粗网区域以及整个立体角进行积分可得式 (4-34):

$$\sum_l (J_{g,i,l}^{out} - J_{g,i,l}^{in}) h_l + A_{g,i} = S_{g,i} \quad (4-34)$$

式中, g 为能群下标, i 为粗网下标, $J_{g,i,l}^{out}$ 和 $J_{g,i,l}^{in}$ 为第 g 能群第 i 粗网表面 l 的平均出射中子流和入射中子流, h_l 为该表面的面积。 $A_{g,i}$ 为总的移出反应率, $S_{g,i}$ 为中子源项。具体的表达式如 (4-35) 所示:

$$\begin{aligned} A_{g,i} &= \sum_{j \in i} \sum_{r,g,j} \phi_{g,j} V_j \\ \Sigma_{r,g} &= \Sigma_{t,g} - \Sigma_{s,g-g} \\ S_{g,i} &= 4\pi \sum_{j \in i} Q_j V_j \\ J_{g,i,l}^{out} &= \frac{1}{h_l} \sum_{k \in l} \sum_{n_i \cdot m > 0} \omega_m \omega_n \sin \theta_n \psi_{m,n,i,k}^{out} dA_m \\ J_{g,i,l}^{in} &= \frac{1}{h_l} \sum_{k \in l} \sum_{n_i \cdot m < 0} \omega_m \omega_n \sin \theta_n \psi_{m,n,i,k}^{in} dA_m \end{aligned} \quad (4-35)$$

在迭代计算过程中, 针对每个规则的粗网 i , 按照反应率守恒的原则, 可以定义出粗网的均匀化参数, 此处省略能群编号:

$$\overline{\Sigma_{x,i}} = \frac{\sum_{j \in i} \Sigma_{x,j} \phi_j V_j}{\phi_{het,i} V_i} \quad (4-36)$$

$$\overline{\phi_{het,i}} = \frac{1}{V_i} \sum_{j \in i} \phi_j V_j \quad (4-37)$$

$$\bar{D}_i = \frac{\sum_{j \in i} \frac{1}{3\Sigma_{tr,j}} \phi_j V_j}{\phi_{het,i} V_i} \quad (4-38)$$

1) 粗网内部边界的计算:

产生粗网的均匀化参数后, 可采用差分方法估算粗网表面的中子流:

$$J_{\text{hom}} = -D_{FDM} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} - \overline{\phi_{\text{hom},i}}) \quad (4-39)$$

差分系数 D_{FDM} 的计算应用差分公式可得:

$$J_{\text{hom}} = -\bar{D}_i \frac{\overline{\phi_{i+1/2}} - \overline{\phi_i}}{h_i / 2} \quad (4-40)$$

$$J_{\text{hom}} = -\bar{D}_{i+1} \frac{\overline{\phi_{i+1}} - \overline{\phi_{i+1/2}}}{h_{i+1} / 2} \quad (4-41)$$

式中, $\phi_{i+1/2}$ 为第 i 个网格与第 $i+1$ 个网格交界面处的通量, 通过 4-42 和 4-43 联立消去 $\phi_{i+1/2}$ 可得到下式:

$$D_{FDM} = \frac{2\bar{D}_i \bar{D}_{i+1}}{\bar{D}_i h_{i+1} + \bar{D}_{i+1} h_i} \quad (4-44)$$

由于上述估算出的粗网表面的中子流无法自动保证与输运计算出的中子流相等, 为了保证其守恒, 对上述中子流引入额外的修正项:

$$J_{\text{hom}} = -D_{FDM} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} - \overline{\phi_{\text{hom},i}}) + D_{MOC} (\overline{\phi_{\text{hom},i+1}} + \overline{\phi_{\text{hom},i}}) \quad (4-45)$$

$$D_{MOC} = \frac{J_{\text{het}} + D_{FDM} (\overline{\phi_{\text{het},i+1}} - \overline{\phi_{\text{het},i}})}{\overline{\phi_{\text{het},i+1}} + \overline{\phi_{\text{het},i}}} \quad (4-46)$$

2) 粗网外部边界的计算:

需要注意的是, 上述方程的推导有一个前提条件, 即粗网属于计算区域的内部, 当粗网在计算区域的边界上时, 应该采用边界条件进行计算。

产生粗网的均匀化参数后, 可采用差分方法估算粗网表面的中子流:

$$J_{\text{hom}} = D_{FDM} \overline{\phi_{\text{hom},i}} \quad (4-47)$$

差分系数 D_{FDM} 的计算应用差分公式可得:

$$J_{\text{hom}} = -\overline{D}_i \frac{\phi - \overline{\phi}_i}{h_i/2} \quad (4-48)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{in}} = \beta J_{\text{hom}}^{\text{out}} \quad (4-49)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{out}} - J_{\text{hom}}^{\text{in}} = J_{\text{hom}} \quad (4-50)$$

$$J_{\text{hom}}^{\text{out}} + J_{\text{hom}}^{\text{in}} = \frac{1}{2} \varphi \quad (4-51)$$

式中, φ 为边界面上的面通量, β 为边界上的边界条件:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{真空边界} \\ 1, & \text{反射边界} \\ \in (0,1), & \text{反照率边界} \end{cases} \quad (4-52)$$

联立上述各式可得:

$$D_{FDM} = \frac{2\overline{D}_i(1-\beta)}{h_i(1-\beta) + 4\overline{D}_i(1+\beta)} \quad (4-53)$$

由于上述估算出的粗网表面的中子流无法自动保证与输运计算出的中子流相等, 为了保证其守恒, 对上述中子流引入额外的修正项:

$$J_{\text{hom}} = D_{FDM} \overline{\phi_{\text{hom},i}} + D_{MOC} \overline{\phi_{\text{hom},i}} \quad (4-54)$$

$$D_{MOC} = \frac{J_{\text{het}} - D_{FDM} \overline{\phi_{\text{het},i}}}{\overline{\phi_{\text{het},i}}} \quad (4-55)$$

粗网耦合因子由式 (4-46) 以及式 (4-55) 算出之后, 方程 (4-34) 便可采用差分方法快速求解, 每次迭代过程中用 **CMFD** 计算出的通量与输运计算出的通量之比作为修正因子修正各平源区的中子源项, 将多群 **CMFD** 计算出的特征值传递给非均匀 **MOC** 计算, 从而加速了特征线法的收敛速度。具体修正公式如下:

$$\phi_j = \phi_j \frac{\overline{\phi_{\text{hom},i}}}{\overline{\phi_{\text{het},i}}}, j \in i \quad (4-56)$$

在多群粗网加速计算过程中，如果能群数目增加到几十的时候，CMFD 加速方法的耗时所占比重较大，为了进一步减少多群 CMFD 加速方法的耗时，本程序采用了两重 CMFD 加速技术。其中少群 CMFD 加速方法的核心思想就是在等效均匀化问题时，既作空间均匀化，也进行能群压缩，构造出一个少群均匀化问题，由于少群 CMFD 计算非常省时，从而更有效的加速特征线方法的收敛。

具体的方法是将多群 CMFD 计算产生的多群均匀化常数进行能群压缩得到少群均匀化常数，少群 CMFD 均匀化参数计算公式如下：

$$\overline{\Sigma}_{x,kg,i} = \frac{\sum_{g=g'}^{g''} \sum_{j \in i} \Sigma_{x,g,j} \phi_{g,j} V_j}{\sum_{g=g'}^{g''} \sum_{j \in i} \phi_{g,j} V_j} \quad (4-57)$$

$$\overline{D}_{kg,i} = \frac{1}{3\overline{\Sigma}_{tr,kg,i}} \quad (4-58)$$

将少群 CMFD 计算出的特征值传递给多群 CMFD 作为初始解，少群计算出的粗网标量中子通量按照下式传递给多群 CMFD 进行计算：

$$\overline{\phi}_{\text{hom},g,i} = \frac{\overline{\phi}_{\text{hom},kg,i}^{TL}}{\overline{\phi}_{\text{het},kg,i}} \overline{\phi}_{\text{het},g,i}, g \in kg \quad (4-59)$$

式中， $\overline{\phi}_{\text{hom},kg,i}^{TL}$ 表示少群 CMFD 计算的第 i 个粗网网格的第 kg 宽群的中子通量密度。

4.3.3. 各向异性散射源项

因为中子通量密度和散射截面是各向异性的，所以总的散射源也是各向异性的，散射源项为：

$$Q_{s,g}(r, \Omega) = \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(r, \Omega' \rightarrow \Omega) \phi_{g'}(r, \Omega') d\Omega' \quad (4-60)$$

方程中的 $\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(r, \Omega' \rightarrow \Omega)$ 是散射概率函数，它是中子散射前后运动方向的夹角余弦的函数 $u_0 = \Omega' \cdot \Omega$ ，可以用勒让德多项式展开：

$$\Sigma_{s,g' \rightarrow g}(r, \Omega' \rightarrow \Omega) = \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(r, u_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(r) P_n(u_0) \quad (4-61)$$

输运计算时，各阶散射截面直接由数据库提供。

同样，中子角通量密度 $\phi_{g'}(r, \Omega')$ 也可以用一组归一化的完备正交的球谐函数展开成级数：

$$\phi_{g'}(r, \Omega') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n \phi_{g'}^{n,l}(r) Y^{n,l}(\Omega') \quad (4-62)$$

其中：

$$\phi_{g'}^{n,l}(r) = \int_0^{4\pi} \phi_{g'}(r, \Omega) Y^{n,l}(\Omega) d\Omega \quad (4-63)$$

式中：

$\phi_{g'}^{n,l}(r)$ —— 各阶中子通量密度

$Y^{n,l}(\Omega)$ —— 归一化后的完备正交的球谐函数。

$$Y^{n,l}(\Omega) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-|l|)!}{(n+|l|)!}} P_n^{|l|}(\cos \theta) \sin(|l|\psi), l = -1, -2, \dots, -n; \\ \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi} \frac{(n-|l|)!}{(n+|l|)!}} (2 - \delta_{0l}) P_n^{|l|}(\cos \theta) \cos(l\psi), l = 0, 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4-64)$$

其中：

θ, ψ 分别为角度方向的极角和方位角

δ_{0l} 为克罗内克符号，当 $l=0$ 时， $\delta_{0l}=1$ ，当 $l \neq 0$ 时， $\delta_{0l}=0$ 。

最终的散射源项可以表示为：

$$\begin{aligned}
Q_{s,g}(r,\Omega) &= \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \Sigma_{s,g' \rightarrow g}(r, \Omega' \rightarrow \Omega) \phi_{g'}(r, \Omega') d\Omega' \\
&= \sum_{g'=1}^{NG} \int_0^{4\pi} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(r) P_n(u_0) \right] \times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n \phi_{g'}^{n,l}(r) Y^{n,l}(\Omega') \right] d\Omega'
\end{aligned} \tag{4-65}$$

利用勒让德多项式的加法公式：

$$P_n(u_0) = P_n(\Omega' \cdot \Omega) = \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{l=-n}^n Y^{n,l}(\Omega') \cdot Y^{n,l}(\Omega) \tag{4-66}$$

利用勒让德多项式的正交性以及球谐函数的正交性可以将上式简化为：

$$Q_{s,g}(r,\Omega) = \sum_{g'=1}^{NG} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \Sigma_{sn,g' \rightarrow g}(r) \sum_{l=-n}^n \phi_{g'}^{n,l}(r) Y^{n,l}(\Omega) \right) \tag{4-67}$$

各阶中子通量密度 $\phi_{g'}^{n,l}(r)$ 离散之后的计算公式为：

$$\phi_{g'}^{n,l}(r) = \sum_{m=1}^M w_m \phi_{g'}(r, \Omega_m) Y^{n,l}(\Omega_m) \tag{4-68}$$

实际计算的时候，中子角通量由特征线扫描计算得到，不用前面公式（3）推导的展开函数得到。

当 $n=1$ 时，即各向异性散射区到 P1 散射时，上述方程可以表示为：

$$Q_{s,g}(r,\Omega) = \sum_{g'=1}^{NG} \left(\Sigma_{s0,g' \rightarrow g}(r) \phi_{g'}^{0,0}(r) Y^{0,0}(\Omega) + \left(\Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(r) \left(\phi_{g'}^{1,-1}(r) Y^{1,-1}(\Omega) + \phi_{g'}^{1,0}(r) Y^{1,0}(\Omega) + \phi_{g'}^{1,1}(r) Y^{1,1}(\Omega) \right) \right) \right) \tag{4-69}$$

其中，大括号中的第一项为各向同性源项，第二项为考虑 1 阶散射的各向异性源项。

将第二项中的系数值以及各阶中子通量密度代入得各向异性散射源项为：

$$Q_{s,g}^{aniso}(r, \Omega_m) = \frac{3}{4\pi} \sum_{g'=1}^{NG} \Sigma_{s1,g' \rightarrow g}(r) \cdot \sum_{m'} w_{m'} \phi_{g'}(r, \Omega_{m'}) \left[u_m u_{m'} + \sqrt{1-u_m^2} \sqrt{1-u_{m'}^2} \cos(\psi_m - \psi_{m'}) \right] \tag{4-70}$$

其中：

u, ψ 分别表示角度方向变量极角的余弦值以及方位角的角度。

4.4. 基模修正计算方法

组件的实际空间—能谱分布需要通过求解全堆芯非均匀中子输运方程得到，这种做法显然是不太现实的，所以只有设法求出考虑泄漏的组件渐近能谱分布。鉴于一般认为渐近能谱只和几何曲率大小有关，与组件的几何形状关系不大，可以将具有相同几何曲率的一维平板的临界能谱作为原组件的渐进能谱。具体思路是：将原组件均匀化处理得到均匀化多群截面赋予一个假想的一维均匀平板，以此保证两者的材料相同，也就是材料曲率相同。临界能谱是材料在几何曲率等于材料曲率时对应的能谱，所以如果原组件和平板都达到临界，那么它们的几何曲率也必定相等，此时假想平板的临界能谱就相当于原组件的渐进能谱了。这种做法并没有严格的理论根据，但实际经验表明该方法是可行的。下面介绍一下一维均匀平板的临界能谱计算。

一维均匀稳态中子输运方程为：

$$\mu \frac{\partial \Psi(z, \mu, E)}{\partial z} + \Sigma_t(E) \Psi(z, \mu, E) = \frac{1}{4\pi} \iint \Sigma_s(\mu' \rightarrow \mu, E' \rightarrow E) \Psi(z, \mu', E') d\mu' dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi k} \iint \nu \Sigma_f(E) \Psi(z, \mu, E) d\mu dE \quad (4-71)$$

式中：

μ —— 角度余弦；

Ψ —— 中子角通量密度；

z —— 空间坐标；

E —— 中子能量；

Σ_t —— 宏观总截面；

Σ_s —— 宏观散射矩阵；

χ —— 裂变能谱；

k —— 增殖因子；

$\nu \Sigma_f$ —— 宏观中子裂变产生截面。

假设中子角通量密度 Ψ 可以进行空间与角度和能量的分离变量，即

$$\Psi(z, \mu, E) = \phi(z)\psi(\mu, E) \quad (4-72)$$

式中:

ϕ —— 中子角通量的空间分量;

ψ —— 中子角通量的角度和能量分量。

一维均匀问题的中子通量空间分布满足波动方程, 即

$$\nabla^2 \phi(z) + B^2 \phi(z) = 0 \quad (4-73)$$

式中:

B^2 —— 曲率, 可正可负。

式 (4-73) 变形为:

$$\frac{d\phi(z)}{dz} = \pm B\phi(z) \quad (4-74)$$

将 (4-72) 和 (4-74) 代入 (4-71) 中整理得

$$\begin{aligned} (\Sigma_t(E) \pm iB\mu)\psi(\mu, E) = & \frac{1}{4\pi} \iint \Sigma_s(\mu' \rightarrow \mu, E' \rightarrow E)\psi(\mu', E')d\mu'dE' + \\ & \frac{\chi(E)}{4\pi k} \iint \nu\Sigma_f(E)\psi(\mu, E)d\mu dE \end{aligned} \quad (4-75)$$

对式 (4-75) 中的散射矩阵进行勒让德展开, 并只取前两项 (即只取一阶各向异性散射), 同时按式 (4-76) 对中子源强进行归一,

$$\frac{1}{k} \iint \nu\Sigma_f(E)\psi(\mu, E)d\mu dE = 1 \quad (4-76)$$

整理后得到式 (4-77)

$$\begin{aligned} (\Sigma_t(E) \pm iB\mu)\psi(\mu, E) = & \frac{1}{4\pi} \int dE' \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E) \int_{-1}^1 \psi(\mu', E')d\mu' + \\ & \frac{1}{4\pi} \int dE' 3\mu\Sigma_{s1}(E' \rightarrow E) \int_{-1}^1 \mu'\psi(\mu', E')d\mu' + \frac{\chi(E)}{4\pi} \end{aligned} \quad (4-77)$$

根据物理定义知中子标通量 $\phi^*(E)$ 和中子流 $J^*(E)$ 的表达式分别为式 (4-78) 和式

(4-79),

$$\varphi^*(E) = 2\pi \int_{-1}^1 \psi(\mu, E) d\mu \quad (4-78)$$

$$J^*(E) = 2\pi \int_{-1}^1 \mu \psi(\mu, E) d\mu \quad (4-79)$$

将它们代入式 (4-77) 得到,

$$\begin{aligned} 2\pi(\Sigma_t(E) \pm iB\mu)\psi(\mu, E) &= \frac{1}{4\pi} \int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \\ &\frac{1}{4\pi} \int 3\mu\Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE' + \frac{\chi(E)}{4\pi} \end{aligned} \quad (4-80)$$

4.4.1. P1 近似

角度相关的通量密度 $\psi(\mu, E)$ 可以进行如式 (4-81) 所示的勒让德展开, 其中展开

$$\psi(\mu, E) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1)\varphi_l(E)P_l(\mu) \quad (4-81)$$

项 $\varphi_l(E)$ 和勒让德展开系数 $P_l(\mu)$ 分别满足,

$$\varphi_l(E) = 2\pi \int_{-1}^1 \psi(\mu, E)P_l(\mu)d\mu \quad (4-82)$$

$$P_0(\mu) = 1, P_1(\mu) = \mu \quad (4-83)$$

用式 (4-81) 替代式 (4-80) 左边的 $\psi(\mu, E)$ 并只取前两项, 结合式 (4-78)、(4-79) 以及式 (4-82)、(4-83) 可以得到下式:

$$\begin{aligned} (\Sigma_t(E) \pm iB\mu)(\varphi^*(E) + 3\mu J^*(E)) &= \int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \\ &\int 3\mu\Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE' + \chi(E) \end{aligned} \quad (4-84)$$

将 (4-84) 方程两边分别乘以 1 和 μ , 再对 μ 进行积分整理后可以得到 P₁ 方程:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_t(E)\varphi^*(E) \pm iBJ^*(E) &= \int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \chi(E) \\ \pm iB\varphi^*(E) + 3\Sigma_t(E)J^*(E) &= 3\int \Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE' \end{aligned} \right\} \quad (4-85)$$

4.4.2. B1 近似

方程 (4-80) 两边除以 $\Sigma_t(E) \pm iB\mu$ ，再对 $\psi(\mu, E)$ 进行勒让德展开，

$$\sum_l (2l+1)\varphi_l(E)P_l(\mu) = \frac{\int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \chi(E)}{\Sigma_t(E) \pm iB\mu} + \frac{3\mu \int \Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE'}{\Sigma_t(E) \pm iB\mu} \quad (4-86)$$

(4-86) 式两边乘以 $P_l(\mu)$ 后再对其按 μ 积分，得到，

$$\begin{aligned} \varphi_l(E) &= \frac{\int_{-1}^1 \frac{P_0(\mu)P_l(\mu)}{(\Sigma_t(E) \pm iB\mu)} d\mu}{2} \left(\int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \chi(E) \right) \\ &+ \frac{3\int_{-1}^1 \frac{P_1(\mu)P_l(\mu)}{(\Sigma_t(E) \pm iB\mu)} d\mu}{2} \left(\int \Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE' \right) \end{aligned} \quad (4-87)$$

式 (4-87) 中 l 是各向异性散射的阶数，其值为任意非负整数，可以看出所有阶各向异性散射的 $\varphi_l(E)$ 都可以用前两项 $\varphi^*(E)$ 和 $J^*(E)$ 表示，同时也说明 $\varphi_l(E)$ 都被限定于一阶各向异性散射。由 (4-87) 式得到的 $\varphi_0(E)$ 和 $\varphi_1(E)$ 是严格推导的，比 P_1 近似中简单的将勒让德多项式截断得到的 $\varphi_0(E)$ 和 $\varphi_1(E)$ 精确。(4-87) 式取 l 等于 0 和 1，整理后可得到 B_1 方程：

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_t(E)\varphi^*(E) \pm iBJ^*(E) &= \int \Sigma_{s0}(E' \rightarrow E)\varphi^*(E')dE' + \chi(E) \\ \pm iB\varphi^*(E) + 3\alpha\Sigma_t(E)J^*(E) &= 3\int \Sigma_{s1}(E' \rightarrow E)J^*(E')dE' \end{aligned} \right\} \quad (4-88)$$

其中系数 α 满足下式：

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 \left(\frac{\arctan(x)}{x - \arctan(x)} \right), x^2 = (B/\Sigma_t)^2 > 0 \\ \frac{1}{3}x^2 \left(\frac{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x} \right), x^2 = -(B/\Sigma_t)^2 > 0 \end{cases} \quad (4-89)$$

观察式 P₁ 方程 (4-85) 式和 B₁ 方程 (4-88) 式, 两者形式完全相同, 只有系数 α 有差别, 且当 $\alpha=1$ 式 B₁ 方程退化为 P₁ 方程。B₁ 方程的多群形式为:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_g \varphi_g - \sum_h \Sigma_{0,g \leftarrow h} \varphi_h \pm iB J_g &= \chi_g \\ 3\alpha_g \Sigma_g J_g - 3 \sum_h \Sigma_{1,g \leftarrow h} J_h &= \mp iB \varphi_g \end{aligned} \right\} \quad (4-90)$$

式中:

g, h —— 能群;

Σ_g —— g 群宏观总截面;

φ_g —— g 群中子标通量;

$\Sigma_{0,g \leftarrow h}$ —— $h \rightarrow g$ 群零阶散射截面;

J_g —— g 群中子流;

χ_g —— g 群裂变谱;

α_g —— 方程的 g 群系数;

$\Sigma_{1,g \leftarrow h}$ —— $h \rightarrow g$ 群一阶散射截面。

多群形式的 (4-90) 方程可以比较容易的求解, 从中得到特定曲率 B^2 下的多群能谱 φ_g , 本文不再详述。另外, 根据对 neutron source strength 进行归一的 (4-76) 式, 可以得到该一维均匀问题的有效增殖因子为:

$$k = \sum_g \nu \Sigma_{f,g} \varphi_g \quad (4-91)$$

通过迭代过程不断改变曲率 B^2 , 再求解 (4-90) 方程得到能谱 φ_g , 代入 (4-91) 式中

获取增殖因子，直至收敛到 1 为止，由此便得到了临界能谱 φ_g^C 和临界曲率 B_C^2 。求得临界能谱后，就可以对输运计算求得的通量空间能量分布进行泄漏修正，一般基模修正计算时采用的能群总数 G 小于输运计算的能群总数 H ，所以修正时需要将临界能谱扩展到输运计算的细群才行，方法如下所示：

$$\Phi'_{i,h} = \Phi_{i,h} \frac{\varphi_g^C}{\sum_{h \in g} \bar{\varphi}_h} \quad (4-92)$$

式中

$\Phi'_{i,h}$ —— 修正后 i 区 h 群通量；

$\Phi_{i,h}$ —— 修正前 i 区 h 群通量；

φ_g^C —— 临界能谱的 g 群谱通量；

$\bar{\varphi}_h$ —— 组件均匀化的群 h 群通量。

其中 h 和 g 分别表示输运计算和基模修正计算的能谱下标， $\bar{\varphi}_h$ 是由输运计算得到的修正前通量按体积权重求得的：

$$\bar{\varphi}_h = \frac{\sum_i \Phi_{i,h} V(i)}{\sum_i V(i)} \quad (4-93)$$

式 (4-92) 右侧的比值项即为基模修正的修正因子 f_g^f 。以上求得修正后的通量分布后，就可以用 $\Phi'_{i,h}$ 对组件参数进行均匀化并群处理了，反应率的计算也基于此通量。

4.5. 燃耗计算

4.5.1. 燃耗数据库

Bamboo-Lattice 的燃耗数据完全来自 WIMS 格式数据库，具体信息能够根据燃耗

信息文件 DepFile 获得，其燃耗链基本信息如下：

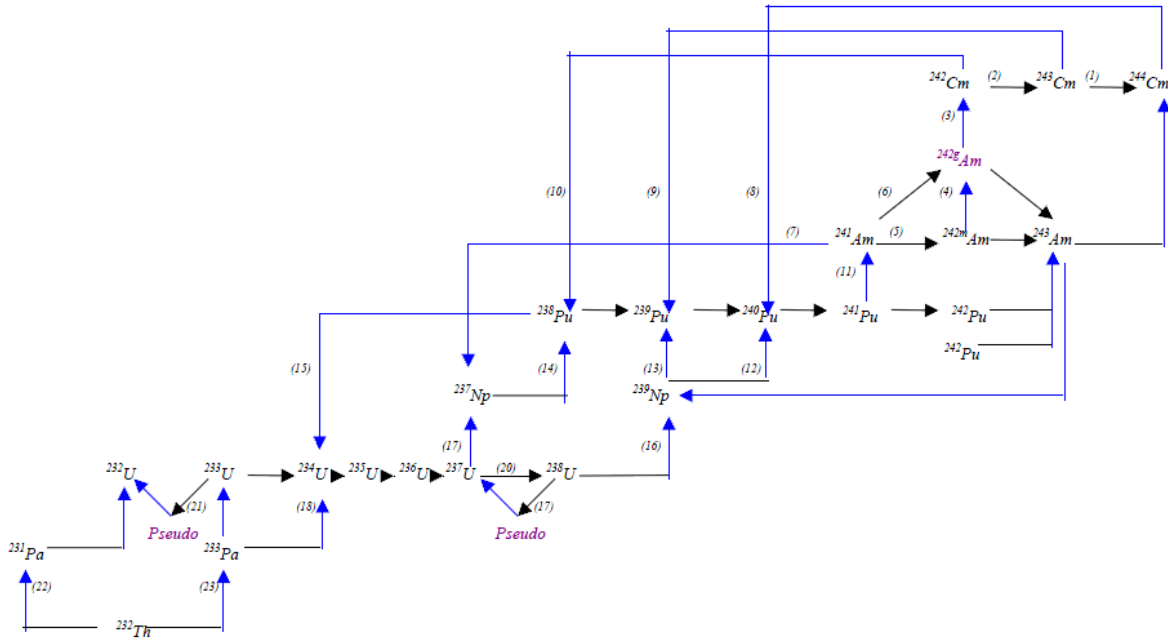


图 4-4 WIMS-D4 数据库中钢系核素燃耗链

4.5.2. 预估校正法

Bamboo-Lattice 程序中的燃耗计算方法采用的是预估校正法。预估校正法的每一个燃耗步计算中都包含两次输运方程和两次燃耗方程的求解：首先，预估步根据燃耗步初的核子密度 N_n 进行输运计算得到对应的通量 ϕ_n 和微观反应率 R_n ，以 R_n 为平均反应率 \bar{R} 估计值求解燃耗方程得到下一个燃耗点的预估核子密度 $N_{n+1}(p)$ ；然后，校正步根据得到的核子密度 $N_{n+1}(p)$ 经输运求解得到相应的通量 $\phi_{n+1}(p)$ 和微观反应率 $R_{n+1}(p)$ ，再以 $R_{n+1}(p)$ 求解燃耗方程得到校正核子密度 $N_{n+1}(c)$ ，最后将预估和校正得到的核子密度平均值作为下一个燃耗点的真正核子密度 N_{n+1} 。与求解一次燃耗方程的方法相比，预估校正法可以将燃耗步长扩大 3~10 倍，有效减少计算时间，对于反应率随时间变化比较快的核素效果尤为明显。预估校正法已经很成功地被用于各种组件和堆芯的燃耗计算之中，是非常高效且成熟的燃耗计算方法。

需要指出的是，输运计算求解出的通量空间分布是按照区域内总中子源强为 1

归一得到的，而燃耗计算中需要的中子通量应该是按照功率水平进行归一后的各区域绝对通量水平，根据能量守恒，功率归一因子的计算式如下：

$$\sum_{i \in \text{fuel}} V_i \sum_m \kappa_m \int_t^{t+\Delta t} \left(\sum_g \sigma_{f,i,m,g} \phi_g f_p \right) N_{i,m}(t') dt' = BU \quad (4-94)$$

式中：

V_i —— 燃料区域 i 的体积/cm³；

κ_m —— 核素 m 每次裂变释放能量/W；

Δt —— 燃耗步经历时间/s；

$\sigma_{f,i,m,g}$ —— 燃料区域 i 内核素 m 的 g 群微观裂变截面/cm²；

f_p —— 功率归一因子；

BU —— 燃耗步内释放的总能量/W s。

式 (4-94) 中的 Δt 、 BU 表达式分别如式 (4-95)、式 (4-96) 所示：

$$\Delta t = \frac{86400 \Delta E_n}{BUR'} \quad (4-95)$$

式中：

BUR' —— 重金属功率密度/W (gU)⁻¹；

ΔE_n —— 燃耗深度/MWd (tU)⁻¹。

$$BU = 86400 \sum_{i \in \text{fuel}} V_i \rho_i H_i \Delta E_n \quad (4-96)$$

式中：

ρ_i —— 燃料区域 i 的材料密度/g cm⁻³；

H_i —— 燃料区域 i 材料的重核素质量分数。

4.5.3. 微观反应率外推方法 PPC 和微观反应率线性外推方法 LLR

PPC 方法和 LLR 方法都是针对可燃毒物钆燃耗计算的方法，主要解决在普通不

含可燃毒物的燃料组件步长下，普通预估校正法对含可燃毒物的组件计算不准确的问题。类似的还有 CASMO-5 的二阶反应率方法，它们的思想都很相近，实现过程也很简单唯一的区别是关键假设不同。PPC 方法的关键假设是可燃毒物核素的微观反应率与其核子密度呈线性变化关系，而 LLR 方法的关键假设是可燃毒物核素的微观反应率与其核子密度的对数呈线性变化关系；两者的实现过程是基本相同的，它们都是在传统的 PC 方法的基础上，根据各自假设的反应率与核子密度的变化关系，对校正步的微观反应率进行相应外推得到更好的平均反应率估计，再求解一次燃耗方程即可。

PPC 方法的具体流程如下所述：

(1)首先根据 t_n 时刻的核子密度求解输运方程得到通量 ϕ_n ，并计算出各核素的微观反应率 R_n ，再根据 R_n 求解燃耗方程计算出 t_{n+1} 时刻的预估核子密度 $N_{n+1}(p)$ 。

(2)用 $N_{n+1}(p)$ 求解输运方程得到 t_{n+1} 时刻的估计通量和反应率 $\phi_{n+1}(p)$ 、 $R_{n+1}(p)$ ，以此估计的 $R_{n+1}(p)$ 为基础求解燃耗方程得到 t_{n+1} 时刻的校正步核子密度 $N_{n+1}(c)$ ；以上过程与传统 PC 方法一模一样，PC 方法会以 $N_{n+1}(p)$ 和 $N_{n+1}(c)$ 的算术平均值作为最终计算结果而到此为止，PPC 方法还有后续过程。

(3)由(1)(2)可知，预估步反应率 R_n 对应的核子密度是 N_n ，校正步反应率 $R_{n+1}(p)$ 对应的核子密度是 $N_{n+1}(p)$ ，根据 PPC 的关键假设——微观反应率与核子密度呈线性关系，那么根据这两点就可以确定出微观反应率与核子密度具体关系，任意核子密度 N 对应的微观反应率为 R 为：

$$R = \frac{R_n - R_{n+1}(p)}{N_n - N_{n+1}(p)} (N - N_n) + R_n \quad (4-97)$$

(4)前文已经分析了传统 PC 方法计算可燃毒物主要误差在于校正步的微观反应率 $R_{n+1}(p)$ 与实际的 t_{n+1} 时刻的微观反应率差别，根据式 (4-97) 我们可以得到一个更好的 t_{n+1} 时刻的微观反应率的估计值 R_{n+1}^{mod} ：

$$R_{n+1}^{\text{mod}} = \frac{R_n - R_{n+1}(p)}{N_n - N_{n+1}(p)} \left(\frac{N_{n+1}(p) + N_{n+1}(c)}{2} - N_n \right) + R_n \quad (4-98)$$

$R_{n+1}(p)$ 与实际的 t_{n+1} 时刻的微观反应率差别根源在于预估的核子密度 $N_{n+1}(p)$ 与实际核

子密度 N_{n+1} 的差别, 根据预估校正法 $\frac{N_{n+1}(p) + N_{n+1}(c)}{2}$ 要比 $N_{n+1}(p)$ 更加接近 N_{n+1} , 所以用式 (4-98) 得出的 R_{n+1}^{mod} 肯定比 $R_{n+1}(p)$ 准确的多。

(5) 再用 R_{n+1}^{mod} 作为新的校正步微观反应率求解燃耗方程, 得到改进的校正步核子密度 N_{n+1}^{mod} , 最后得到 t_{n+1} 时刻的核子密度 N_{n+1} 为:

$$N_{n+1} = \frac{N_{n+1}(p) + N_{n+1}^{\text{mod}}}{2} \quad (4-99)$$

LLR 方法的计算过程与以上的 PPC 方法完全相同, 只是关键假设的式 (4-97) 由原来的线性关系变为了对数线性关系, 如 (4-100) 式所示,

$$R = \frac{R_n - R_{n+1}(p)}{\log N_n - \log N_{n+1}(p)} (\log N - \log N_n) + R_n \quad (4-100)$$

所以相应的 (4-98) 式变为了 (4-101) 式, 其余过程没有任何改变。

$$R_{n+1}^{\text{mod}} = \frac{R_n - R_{n+1}(p)}{\log N_n - \log N_{n+1}(p)} \left(\log \frac{N_{n+1}(p) + N_{n+1}(c)}{2} - \log N_n \right) + R_n \quad (4-101)$$

由以上介绍的计算流程可以看出, PPC 方法和 LLR 方法只是使用了 PC 方法的中间结果 (N_n 、 $N_{n+1}(p)$ 、 $N_{n+1}(c)$ 和 R_n 、 $R_{n+1}(p)$) 额外做了一次线性或对数线性外推, 在原 PC 方法的基础上没有增加任何存储负担; 而且计算量只是增加了一次燃耗方程求解, 这个过程是非常快的, 计算时间的增加可以忽略。

PPC 方法和 LLR 方法的可靠性取决于各自的关键假设, 两者的计算精度也由各自的假设决定。若将此假设换成更精确的关系时, 例如二次关系, 也就是前文提到的微观反应率二阶变化关系方法, 那么同样的求解思路会带来更精确的计算结果, 但是可以想象, 二次关系的计算过程比 PPC 方法和 LLR 方法都要复杂, 其带来的计算内存和计算量的增加也要多很多。

5. 计算流程

压水堆组件少群参数计算程序 Bamboo-Lattice 的计算流程图如下：

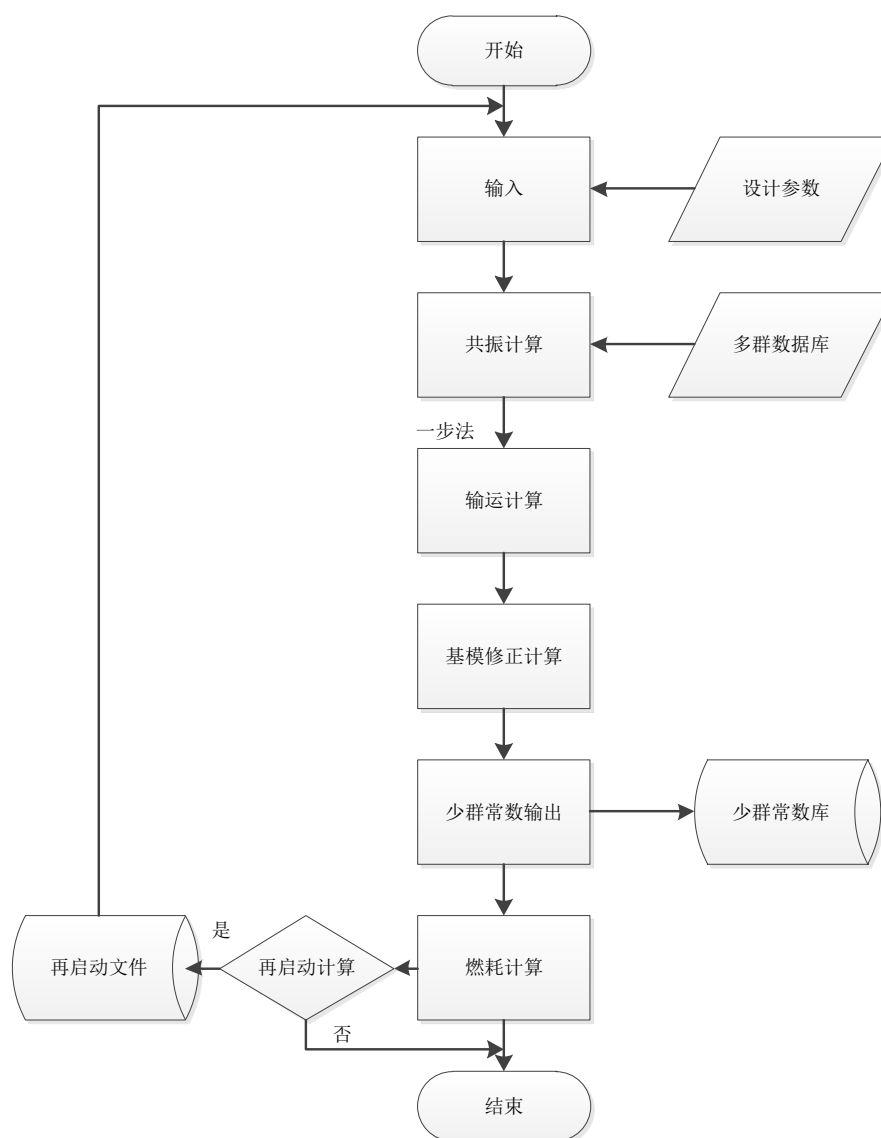


图 5-1 Bamboo-Lattice 程序计算流程图

参考文献

- [1] 谢仲生. 压水堆核电厂堆芯燃料管理计算与优化[M]. 中国 北京: 原子能出版社, 2008.
- [2] J. M. Noh, N. Z. Cho. A new approach of analytic basis function expansion to neutron diffusion nodal calculation [J]. NS&E, 1994, 116:165-180.
- [3] 李云召. 基于变分节块法和节块 SP_3 方法的先进堆芯中子学计算方法研究[D]. 中国 西安: 西安交通大学, 2012.
- [4] H. Finneman. Interface Current Techniques for Multidimensional Reactor Calculation[R]. Atomkernenergie, 1977, 30:123.
- [5] J. Y. Doriath, J. M. Ruggieri, G. Buzzi, et al. Reactor analysis using the variational nodal method implemented in the ERANOS system [C]. PHYSOR1994, Knoxville, TN USA, April 11-15, 1994, III:464-471